Tema 9: JUEGOS DE SEÑALIZACIÓN Y EQUILIBRIO SECUENCIAL:

1. Este tema aborda los juegos en los que un jugador tiene más información que el otro, es decir, la información no sólo es incompleta, sino también asimétrica. La Figura 9.1 presenta el primer caso, de un vendedor de coches de segunda mano, que pueden ser buenos o malos con una probabilidad o proporción p(bueno) y p(malo), aunque una se puede deducir de la otra. Hay cuatro variables relevantes, la valoración que hace el comprador de un coche bueno (V), la que hace de un coche malo (W), el precio de venta (p) –siendo V>p>W- y el coste de hacer pasar un coche malo por bueno (c). Según sean los valores de esas cinco variables, así serán los resultados del juego. Los hay de cuatro tipos: *éxito parcial del mercado*, en el que los vendedores ofrecen productos buenos y malos, y los compradores los adquieren, lo que ocurrirá cuando p(malo) y c son suficientemente pequeños; *éxito total del mercado*, cuando los vendedores sólo ofrecen coches buenos y los compradores los adquieren, lo que requiere un c suficientemente grande; *fallo total del mercado*, cuando los vendedores deciden no ofrecer nada, porque la desconfianza de los compradores les llevará a rechazar cualquier producto; y casi fallo del mercado, en el que se ofrecen parte de los artículos malos y los compradores rechazan las ofertas con una probabilidad, con lo que se dejan de comprar también artículos buenos, lo que ocurrirá cuando c es suficientemente pequeño y p(malo) suficientemente grande.

2. El jugador que acude al mercado a tratar de comprar necesita tomar una decisión. Ésta depende del objetivo, que es maximizar la utilidad. Dado que hay aleatoriedad en el juego, maximizará una utilidad esperada. Para ello necesita conocer la probabilidad de obtener cada resultado posible, y éstos se materializan después de decidir comprar o no hacerlo. Por tanto, lo que interesa al comprador no es la proporción original de productos buenos y malos, sino la proporción de buenos y malos entre los que le son ofrecidos, es decir, las probabilidades *condicionadas* p(bueno/en venta) y p(malo/en venta). Vamos a explicar un poco qué significan esas probabilidades. Cuando A y B son sucesos independientes, de tal forma que el hecho de que uno de ellos ocurra no afecta la probabilidad de que ocurra el otro, la probabilidad de que ocurran los dos es igual al producto de sus probabilidades, es decir, $p(A\cap B) = p(A)p(B)$. Pero cuando el hecho de que uno se haya producido modifica la probabilidad de que ocurra el otro, eso ya no es así. Si ha ocurrido B, y la probabilidad de que A ocurra pasa de ser p(A) a ser p(A/B), la probabilidad de que ocurran A y B será $p(A\cap B) = p(A/B)p(B)$. Si A es obtener un cinco en una tirada de dados y B es obtener un tres, ambos son eventos independientes, y $p(A\cap B) = (1/6)(1/6) = 1/36$. Pero si tenemos una bolsa con diez bolas, cinco blancas y cinco negras, y A es la probabilidad de sacar una blanca y B la probabilidad de sacar una negra, y las sacamos sin reintroducirlas obteniendo primero una negra, tendremos que $p(A\cap B) = (5/9)(5/10) = 0{,}28$, donde $p(B) = 5/10$ y $p(A/B) = 5/9$.

3. Imaginemos que el vendedor ofrece *todo* lo que tiene, sea bueno o malo. Para que ello sea así c, el coste de lavar la cara a un producto malo, debe ser muy pequeño. En ese caso, dado que todo sale a la venta, lógicamente, p(bueno/en venta) = p(bueno) y p(malo/en venta) = p(malo). Por tanto, la probabilidad de que el comprador se encuentre en el nodo b de la Figura 9.2 es p(nodo b/en venta) = p(bueno/en venta) = p(bueno); y en el nodo m es p(nodo m/en venta) = p(malo/en venta) = p(malo). De momento no es necesario un razonamiento más sofisticado. Ya podemos calcular la utilidad esperada del comprador (jugador 2), que es (Figura 9.3):

Eu_2 = p(nodo b/en venta)(V – p) + p(nodo m/en venta)(W – p)

= p(bueno) (V – p) + p(malo) (W – p)

Si p(malo) es suficientemente pequeño $Eu_2 > 0$ (recordemos que $p > W$). Por otro lado, si c es suficientemente pequeño, $p - c > 0$. Por tanto, si c y p(malo) son pequeños, el comprador esperará ganar al comprar, incluso si de vez en cuando le cuelan un producto malo, y el vendedor al vender, incluso con productos malos maquillados a un coste c, y se comportarán tal y como se ha descrito: el vendedor sacará a la venta *todo* el producto y los compradores lo comprarán todo. Es un *éxito parcial del mercado*, porque este funciona, pero no eficientemente (se venden productos malos como si fueran buenos). El caso sería el siguiente:

En venta	*Fuera de la venta*
Buenos / Malos	

Ford sacó a la venta un coche, el Ford Pinto, que solía presentar diversos problemas. Aún así siguieron vendiéndolos, bajando el precio (que es como afrontar un coste c). Muchos compradores asumían el riesgo de comprarlos. En todo caso, esto depende de la actitud ante el riesgo de cada comprador.

4. Si cambiamos un pequeño supuesto, el resultado cambia totalmente. Por ejemplo, si aumentamos c hasta que $p - c < 0$, el coste de adecentar un producto malo para sacarlo a la venta haría que la operación no fuera rentable. En ese caso los vendedores sólo ofrecen productos buenos, y los malos se retiran. Por tanto, aunque p(bueno) y p(malo) son probabilidades positivas, ocurrirá que p(nodo b/en venta) = p(bueno/en venta) = 1 y p(nodo m/en venta) = p(malo/en venta) = 0, ya que si un producto está en venta no podrá ser malo. De nuevo (Figura 9.4):

Eu_2 = p(nodo b/en venta)(V – p) + p(nodo m/en venta)(W – p)

= $(V - p) > 0$

El comprador siempre encontrará productos buenos, cuyo valor supera al precio, lo que le llevará a comprar. El vendedor sólo venderá productos buenos, que le proporcionan un beneficio. Es un *éxito total del mercado*, porque éste filtra y separa los productos buenos de los malos. El caso sería el siguiente:

En venta	*Fuera de la venta*
Buenos	Malos

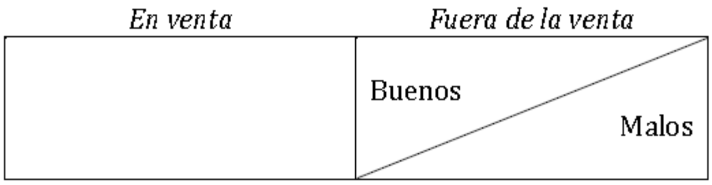
El Congreso norteamericano aprobó una norma en el verano de 2002 por la cual los consejeros delegados y directores financieros de las grandes compañías que cotizan en bolsa deben jurar públicamente que las cuentas de sus empresas son veraces. Si se descubriera más adelante que esas cuentas estaban amañadas se podría imputar a dichos directivos un delito de perjurio penado con hasta 10 años de cárcel. De esa forma se aumenta la confianza de los inversores en las acciones y bonos de las grandes compañías.

5. Si los compradores creen que todo lo que se les va a ofrecer es un tongo, y se niegan a comprar, los vendedores no se tomarán la molestia de sacar nada a la venta, pues incluso los productos buenos se tendrán por malos. Todo ello independientemente de los verdaderos valores de p(bueno) y p(malo). En este caso los compradores *creen* que p(nodo b/en venta) = p(bueno/en venta) = 0 y p(nodo m/en venta) = p(malo/en venta) = 1. Una vez más:

Eu_2 = p(nodo b/en venta)(V – p) + p(nodo m/en venta)(W – p)

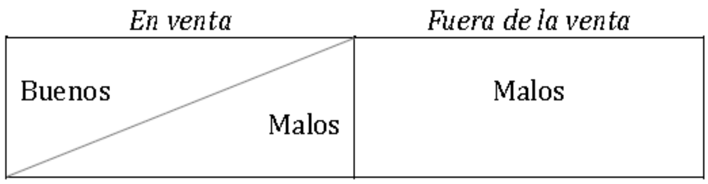
= (W – p) < 0

Dado que W < p. Ante esta situación el mercado deja de funcionar totalmente, debido a la desconfianza. Es un *fallo total del mercado*. El caso sería el siguiente:



Estos casos suelen darse durante los pánicos bursátiles. El miedo y la desconfianza puede llevar a que nadie compre acciones de las compañías que cotizan, estén saneadas o no, y el valor de todas se desplome rápidamente.

6. Nos falta ver un caso más, el de *casi fallo del mercado*. Esta situación se da cuando los vendedores tienen incentivos a ofrecer todo lo que tienen (p – c > 0, por ser c suficientemente pequeño) pero los compradores perderían si comparan todo lo que se ofrece, es decir, Eu_2 = p(bueno) (V – p) + p(malo) (W – p) < 0. Si las opciones son todo o nada (los vendedores sacan todo el producto malo a la venta o nada, y los compradores lo compran todo o nada), el mercado no funciona, porque los compradores no comprarán y los vendedores de productos malos perderán. La solución es una estrategia mixta, es decir, los vendedores no sacarán a la venta todo el material malo, sino solo una parte; y los compradores no lo comprarán todo, sino solo una parte. El caso sería el siguiente:



El libro plantea un caso: p(bueno)=p(malo)=0,5, V=3000, p=2000, W=0, c=1000. Después da una estrategia óptima y comprueba que lo es. Nosotros vamos a hallarla. Usaremos la *regla de Bayes*. La probabilidad de que un coche esté en venta *y* sea bueno es p(venta∩bueno) = p(bueno/venta)p(venta); que es lo mismo que la probabilidad de que un coche sea bueno *y* esté en venta, es decir, p(bueno∩venta) = p(venta/bueno)p(bueno). Si las igualamos: p(bueno/venta)p(venta) = p(venta/bueno)p(bueno), y de ahí:

$$p(\text{bueno} / \text{en venta}) = \frac{p(\text{en venta} / \text{bueno})p(\text{bueno})}{p(\text{en venta})}$$

Con esa regla, o fórmula, podemos deducir p(bueno/en venta)=p(nodo b/en venta) a partir de datos que conocemos objetivamente. Necesitamos esa probabilidad porque condiciona la decisión de compra-rechazo del comprador, que será su estrategia. Tenemos p(bueno), y p(en venta/bueno) pues podemos deducir que todos los coches buenos se pondrán a la venta, pero nos falta p(en venta) y p(bueno/en venta).

También conocemos esto: el comprador (jugador 2) adoptará una estrategia de compra tal que le garantice que el valor esperado de comprar y no comprar un coche sea el mismo. Igualar el valor esperado de las dos estrategias alternativas es la forma de hallar el equilibrio en estrategias mixtas. Si no compro un coche que se me ofrece, el valor esperado será cero. Si compro, puedo esperar encontrarme con esto:

Eu_2 = p(bueno/en venta) (1000) + p(malo/en venta) (-2000) = 0

Lo igualamos a cero y recordamos que p(malo/en venta) = [1 - p(bueno/en venta)], y obtenemos p(bueno/en venta) = 2/3 y p(malo/en venta) = 1/3.

Ahora vamos a la *regla de Bayes*, y calculamos allí p(en venta), recordando que p(en venta/bueno) = 1 (pues todo coche bueno vendido es beneficio seguro, sin coste por quedarse sin vender), p(bueno) = 0,5 y el resultado que acabamos de obtener. Obtenemos p(venta) = 0,75. Ya podemos deducir p(en venta/malo), es decir, la proporción de coches malos que saldrán a la venta, sustituyendo todo lo que sabemos en:

p(en venta) = p(bueno) p(en venta/bueno) + p(malo) p(en venta/malo)

0,75 = 0,5*1 + 0,5* p(en venta/malo)

De ahí obtenemos p(en venta/malo) = 0,5, es decir, de los coches malos saldrán a la venta la mitad.

Podemos saber también con qué probabilidad compra el jugador 2. El vendedor debe tener el mismo valor esperado si pone o no a la venta el coche malo. Si ganara más no poniéndolo a la venta no lo sacaría, y si obtuviera un valor mayor vendiéndolo los sacaría todos. Si lo saca a la venta y lo vende gana 1000 y si no lo vende pierde 1000; si no lo saca ni gana ni pierde:

Eu_1 = p(comprar)*1000 + p(no comprar)*(-1000) = 0

Recordando que p(no comprar) = 1 – p(comprar) tendremos que p(comprar) = 0,5.

Ya tenemos todos los datos para definir la estrategia óptima de la página 288: el vendedor pone el coche en venta si es bueno y pone la mitad de los malos a la venta; y el comprador comprará la mitad de lo que le ofrezcan. Con esa estrategia se verifica –es lo que hace el libro- que el comprador tiene el mismo valor esperado si compra o si no compra, y el vendedor tiene el mismo valor esperado si vende o si no vende el coche malo. Las probabilidades que hacen eso posible son las estrategias mixtas óptimas. El problema aquí era que obtener las probabilidades con las que ofrecer el coche malo (que vienen de Eu_2) no ha sido tarea fácil, y hemos necesitado la *regla de Bayes*. El **diagrama de casos** (Figura 9.8) no es más que un resumen de todas las posibilidades de este juego.

7. El **mercado de carracas** (epígrafe 9.4, Figura 9.9) introduce una complicación adicional: ahora los coches buenos y malos pueden tener precios altos y bajos. Digamos que en vez de desechar el producto malo se abre la posibilidad de venderlo más barato, pero sigue siendo posible el engaño. Hay un *éxito total del mercado* si los precios altos se asignan a los coches buenos y los bajos a los malos, cosa que ocurrirá si c, el coste de enmascarar un producto malo *para hacerlo pasar por bueno*, supera el precio alto, es decir $p - c < 0$. Este sistema genera un fallo total del mercado si $c = 0$, porque se abre la posibilidad –que se aprovecha- de "colar" productos malos por buenos. Si el comprador se da cuenta de esto, dejará de comprar.

8. El **compromiso costoso** es un mecanismo utilizado para corregir el mal funcionamiento de algunos mercados (epígrafe 9.5, Figura 9.10). Por ejemplo, cuando c = 0 el mercado colapsa y deja de funcionar, porque los compradores esperan obtener V – p y acaban obteniendo en muchos casos W – p. Pero esto se evita si se asegura al comprador devolverle la diferencia entre lo que esperaba y lo que ha obtenido, V – W, por resultar ser de mala calidad. Con estas condiciones los compradores pierden el miedo a pagar un precio p por un producto cuando c = 0, y compran.

9. Muchas veces los compradores tienen que usar (instintivamente) la *regla de Bayes* para poder deducir las probabilidades que necesitamos. Pero dicha regla necesita información sobre algunas probabilidades observables para poder calcular otras. En el mundo real esa información se obtiene de la observación, y esta suele captar también *ruido*. Imaginemos que jugamos a los dados y alguien nos ha soplado que el dado está *cargado*, pero no sabemos hacia qué cara. Una de ellas saldrá con más frecuencia que las demás. Si observamos una tirada y vemos que sale el cinco, eso *no* nos debería llevar a pensar que esa es la cara cargada. Puede ser otra. Necesitamos más observaciones. Ni siquiera si el 5 sale tres veces en diez tiradas podremos estar seguros. Cuantas más tiradas observemos más seguros estaremos de haber identificado la cara cargada, y menos *ruido* –producto del puro azar- habrá en la información. Las observaciones van modificando nuestras probabilidades calculadas con la *regla de Bayes*.

10. El libro presenta el caso de la contratación de un abogado, que puede ser una estrella o un abogado corriente. Si es una estrella ganará más casos. Existe un 50% de probabilidades de que sea de un tipo o de otro. Si le contratamos a ciegas esa probabilidad determinará nuestro valor esperado de la contratación. Si le ponemos a prueba obtenemos un poco de información –su éxito o fracaso en la defensa de un caso- y con esa información, a través de la *regla de Bayes*, modificamos aquel 50% original y nos hacemos una mejor idea del tipo de abogado que pueda ser. Cuanto más largo el período de prueba más información recabamos y más seguros estaremos de qué clase de abogado es Kane. El libro explica bien esta parte.

Trataremos juegos con información imperfecta, cuando hay asimetría informativa y uno tiene una información que desconoce el otro. Algo típico en los mercados y en la vida.

En un juego de señalización, un jugador sabe más que otro, y el que más sabe es el primero en jugar.

Se puede dar en un compraventa de vehículos usados, en una sociedad mercantil que vende sus acciones entre el público… Por ello es interesante estudiar el fenómeno de la información privilegiada.

Ya los romanos lo utilizaban y crearon una frase: caveat emptor (que el comprador sea cauto).

El juego de señalización básico el jugador informado tiene dos opciones posibles, una de las cuales hace que el juego acabe; el jugador desinformado tiene también dos opciones, cualquiera de las cuales hace que el juego termine.

En este juego pueden emerger cuatro tipos de equilibrio de mercado, y se presenta un nuevo tipo de equilibrio de juego, el equilibrio secuencial, muy valioso en el estudio de juegos de señalización.

A los mercados les cuesta mucho funcionar correctamente en presencia de información asimétrica.

Un ejemplo se conoce como mercado de carracas (lemons); venta de algo de baja calidad a precio demasiado alto.

Después se estudian los juegos de señalización repetidos, donde es importante que el jugador desinformado aprenda con qué oponente está tratando antes de entrar en una relación a largo plazo.

Para tomar decisiones estratégicamente sólidas en estos casos está la actualización bayesiana.

Por último, se estudian juegos en los que ambas partes están a oscuras, pero en que una tiene más información que la otra. Como ejemplo, la compra privilegiada de RJR Nabisco en 1989; un juego de señalización repleto de información imperfecta para todas las partes.

9.1.- <u>Juegos de señalización con dos jugadores:</u>

Se llama Caveat Emptor, por el dicho romano.

Juego simple de señalización, con información imperfecta y por tanto no tiene subjuegos→se complica el mecanismo de solución cuando el que tiene la información es el primero en jugar.

Hay dos jugadores. El jugador informado, el vendedor, que juega en primer lugar y el desinformado, el comprador, que juega a continuación.

El juego comienza con un suceso aleatorio, cuyo resultado solo conoce el vendedor:

El artículo en venta puede o no ser bueno, pero el vendedor sí lo sabe.

El comprador solo sabe que hay una probabilidad p(bueno)de que sea bueno y otra p(malo) de que sea malo.

Después de ser informado sobre la calidad del artículo, el vendedor puede ponerlo a la venta o mantenerlo fuera del mercado. Si lo mantiene fuera, el juego se acaba con ganancias del statu quo, cero cada uno.

Si lo pone a la venta y es bueno, se puede vender tal cual. Al precio p.

Si lo pone a la venta y es malo, hay que lavarle la cara a un coste c. El comprador desconoce la operación de limpieza que le deja apariencia de bueno. Su precio será igual que el bueno, p. Por tanto, el precio tampoco revela ninguna información.

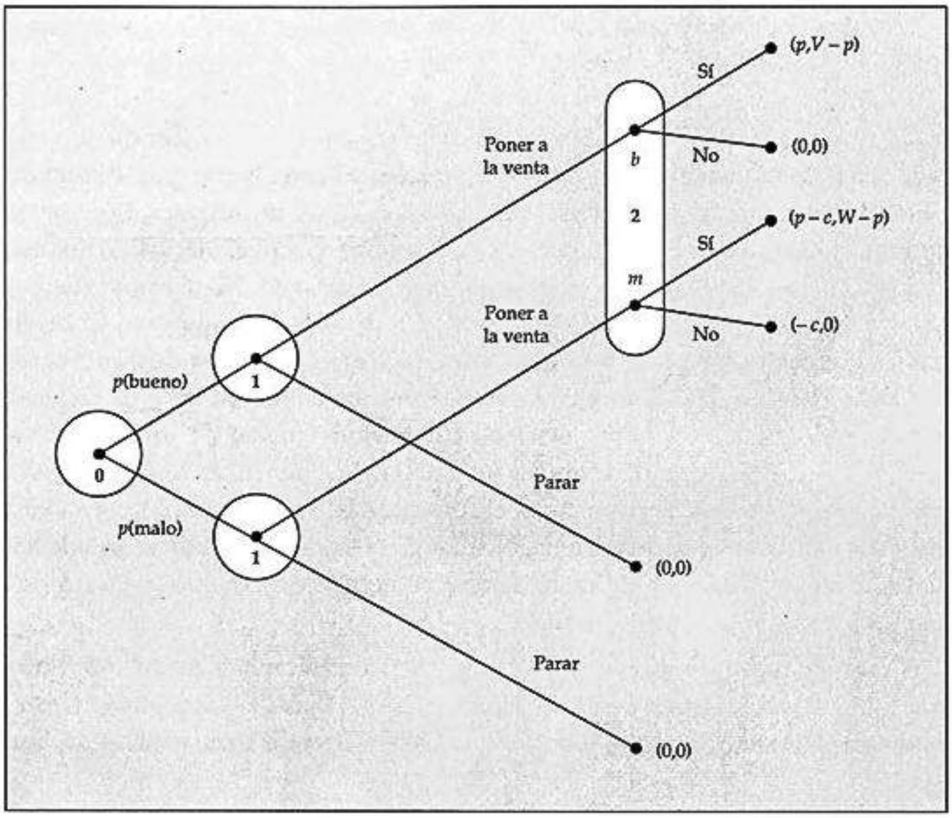


Figura 9.1. Caveat Emptor, forma extensiva.

El comprador, después, tiene dos nodos de información: el nodo b, de un artículo bueno puesto a la venta, y el nodo m, de artículo malo puesto a la venta.

El comprador desconoce a qué nodo ha llegado pues los dos, b y m, están en el conjunto de información. Pero puede decir sí o no al artículo puesto a la venta

Si dice no, no hay trato, y el comprador obtiene una ganancia de cero. El vendedor de un artículo malo ganará –c, por el coste de la limpieza.

Si dice sí, hay trato→ se vende al precio p→ la ganancia del vendedor de un artículo bueno será p; la del artículo malo será p-c.

Un artículo bueno tiene valoración V por parte del comprador→ para obtener la ganancia hay que restarle el precio pagado: V-p.

Un artículo malo tiene valoración W→para obtener la ganancia hay que restarle también el precio pagado: W-p

El comprador sale ganando si compra un artículo bueno y perdiendo si compra uno malo:

$$V > p > W$$

Hay tres interpretaciones para este juego.

a) En la tradicional, el vendedor es un tratante de coches usados y el comprador está a punto de visitar su negocio.

b) La segunda, se aplica a licenciados universitarios. El vendedor es un solicitante de trabajo, cualificado o no, pero que mediante una preparación c puede pasar por un solicitante bien preparado. El comprador es un empresario que si contrata mal se quema.

c) La tercera, más metafórica, el vendedor es una empresa que vende participaciones en sus activos; los directivos conocen las previsiones de futuro de la empresa, pero los accionistas potenciales no. Mediante un gasto legal y contable c se puede hacer que parezca una gran oportunidad. Los compradores pierden si se llevan la empresa mala.

Es un juego de señalización muy sencillo, que depende de las variables económicas de los parámetros: p(bueno), p(malo), p, V, W y c, y con cuatro equilibrios posibles:

- Fallo total del mercado: Todos los vendedores mantienen los artículos (buenos y malos) fuera del mercado por temor al rechazo de los compradores→existen beneficios potenciales pero el mercado deja de funcionar.

  Aquí el equilibrio es de agrupación, pues todos los jugadores informados hacen lo mismo.

  El fallo total del mercado es un equilibrio de agrupación siniestro.

- Éxito total del mercado: Solo los vendedores de artículos buenos los ponen a la venta y por tanto todos los compradores compran todo lo que sale a la venta→el mercado funciona perfectamente.

Un equilibrio de separación es aquel en el que diferentes tipos de jugadores informados hacen cosas diferentes→ el comportamiento desvela el tipo; el poner a la venta un artículo indica al comprador que es del tipo bueno. Esta señalización es la clave del éxito total del mercado.

- Éxito parcial del mercado: Todos los vendedores ponen sus artículos a la venta, buenos y malos, y todos los compradores compran la totalidad que sale a la venta.

El mercado funciona, pero hay muchos intercambios malos, lo que reduce su eficiencia.

Ejemplo de equilibrio de agrupación que genera algunos beneficios por el intercambio.

- Casi fallo del mercado: Algunos, no todos, vendedores de artículos malos los ponen a la venta. Los compradores compran algunos de los artículos y rechazan otros→ vendedores y compradores utilizan una estrategia mixta en respuesta a la información imperfecta.

Aquí los beneficios totales por el intercambio son menores que en el éxito total del mercado o en el éxito parcial del mercado.

9.2. Equilibrio secuencial: estrategias puras:

Caveat Emptor es un juego simple de señalización, con información imperfecta y por tanto no tiene subjuegos→se complica el mecanismo de solución cuando el que tiene la información es el primero en jugar.

La credibilidad debe ser parte importante y atractiva de la señalización→si se envía una señal se desea que quien la recibe la crea.

La necesidad de generalizar la aplicación de esta credibilidad en estos casos nos lleva al equilibrio secuencial, que satisface la perfección en subjuegos.

En conjuntos de información como el del jugador 2 de la figura, que no inicia ningún subjuego, el equilibrio secuencial requiere que el jugador maximice su utilidad esperada, pues no sabe a qué nodo del conjunto de información ha llegado.

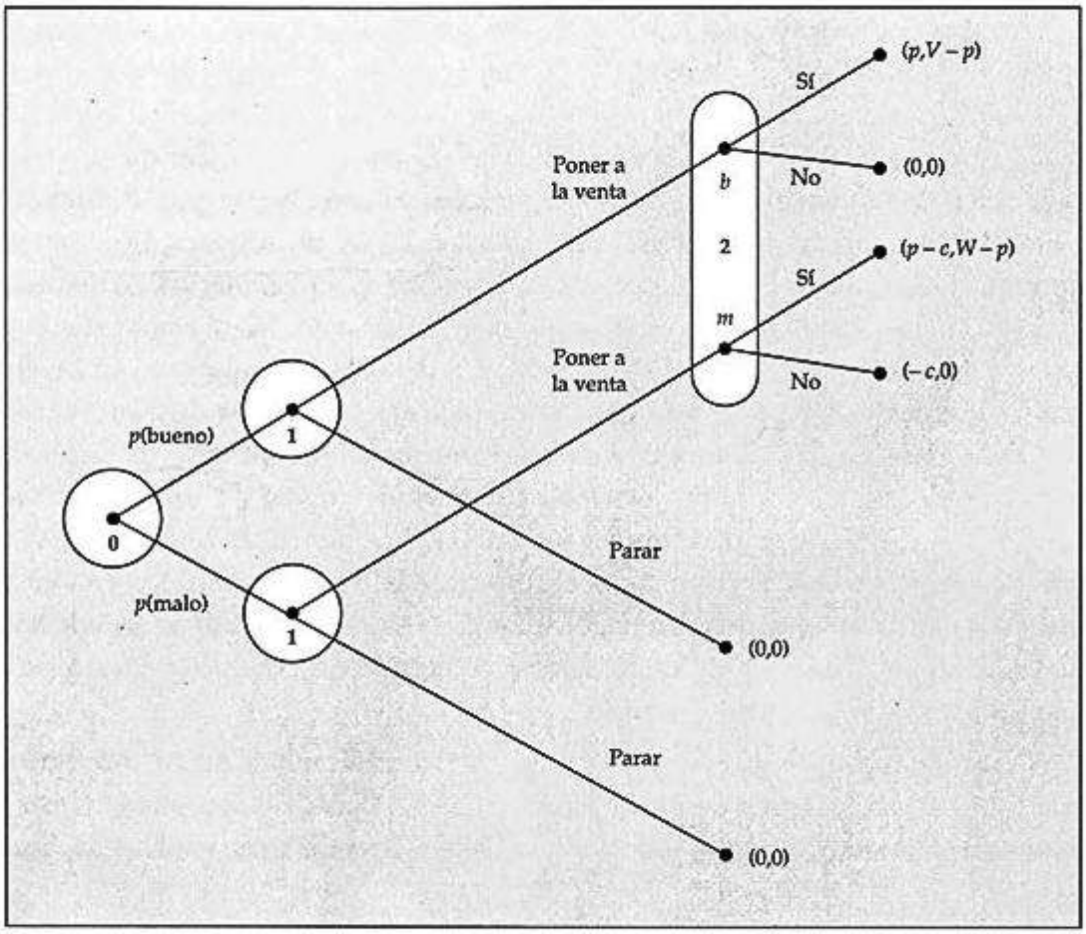


Figura 9.1. Caveat Emptor, forma extensiva.

La maximización de la utilidad presupone una distribución de la probabilidad sobre los nodos del conjunto de información.

Una distribución de probabilidad sobre los nodos del conjunto de información $\{m,b\}$ del jugador 2 es una creencia; siempre se basará en una evidencia sólida.

Un equilibrio secuencial es un par de estrategias, una para cada jugador, y una creencia para el jugador 2 que satisfagan conjuntamente la inducción hacia atrás en todos los conjuntos de información (definición del equilibrio bayesiano perfecto)

Para comprobar si un equilibrio es secuencial utilizando un argumento similar a la inducción hacia atrás: supongamos que la probabilidad de que el artículo sea malo es muy pequeña →el comprador sabe que casi con seguridad la compra será buena. Y supongamos que el coste de limpieza, c, es pequeño comparado con el precio, p.

Se puede demostrar que lo que sigue es un equilibrio secuencial:

1 pone el artículo a la venta si es bueno

1 pone a la venta el artículo si es malo

2 compra cualquier que esté a la venta

p(nodo b/en venta)=p(bueno); p(nodo m/ en venta)=p(malo)

Los dos vendedores ponen los artículos a la venta y el comprador dice si a todas las ofertas.

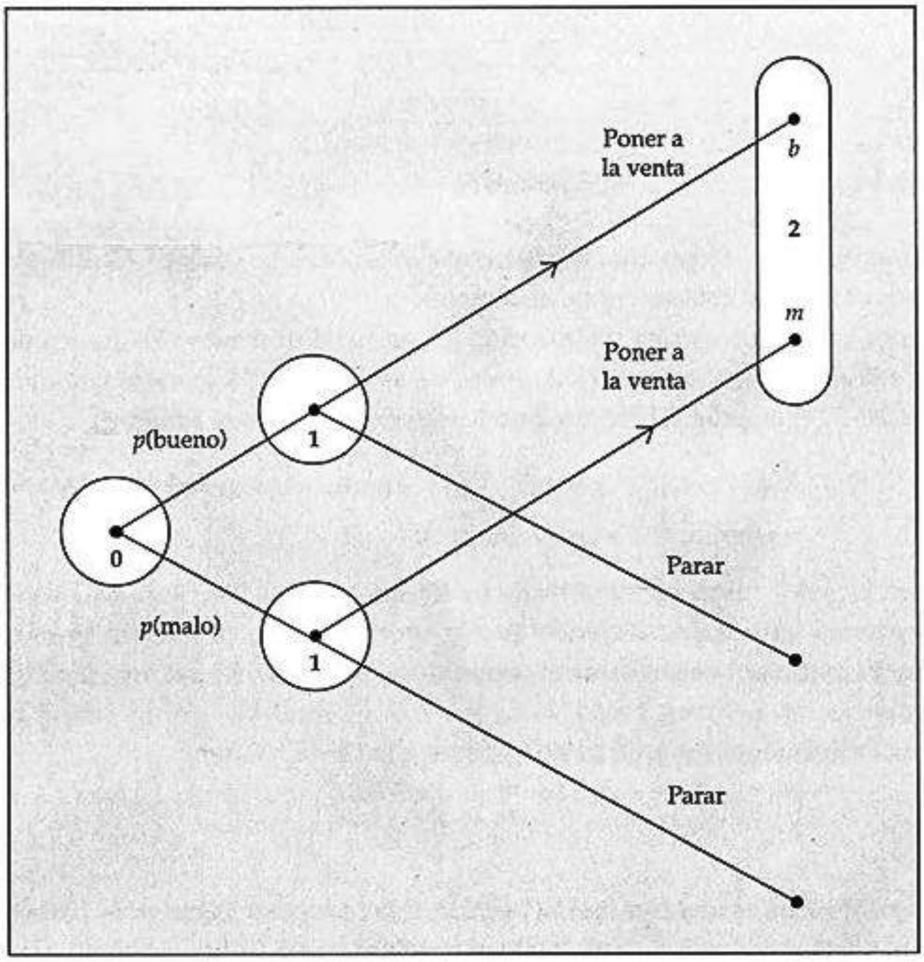


Figura 9.2. Éxito parcial del mercado, se llega al conjunto de información del jugador 2.

Al nodo b del conjunto de información del comprador se llega a través de la trayectoria: el azar escoge bueno y el vendedor pone a la venta.

La probabilidad de que el producto sea bueno, dado que se ha puesto a la venta, viene dada por la probabilidad condicional:

$$p(\text{bueno}|\text{en venta}) = \frac{p(\text{bueno})p(\text{en venta}|\text{bueno})}{p(\text{en venta})}$$

donde la probabilidad de que se ponga en venta, p(en venta), corresponde a la probabilidad condicionada:

$$p(\text{en venta}) = p(\text{bueno})p(\text{en venta}|\text{bueno}) + p(\text{malo})p(\text{en venta}|\text{malo})$$

Como,

$$p(\text{en venta} \mid \text{bueno}) = 1 \text{ y } p(\text{en venta} \mid \text{malo}) = 1,$$

entonces obtenemos la Regla de Bayés:

$$p(\text{bueno}|\text{en venta}) = p(\text{bueno})$$

que toma la información que tiene el jugador al principio del juego y la actualiza para ver cuál podrá utilizar en el juego o después.

La probabilidad de que un artículo sea malo, dado que se ha puesto en venta, viene dada por la probabilidad condicional:

$$p(\text{malo}|\text{en venta}) = \frac{p(\text{malo})p(\text{en venta}|\text{malo})}{p(\text{en venta})}$$

p(malo/ en venta)= p(malo)

Como el artículo está en venta, la probabilidad de que j2 esté en el nodo b del conjunto de información es:

$$p(\text{nodo } b|\text{en venta}) = \frac{p(\text{bueno}|\text{en venta})}{p(\text{bueno}|\text{en venta}) + p(\text{malo}|\text{en venta})}$$

$$= \frac{p(\text{bueno})}{p(\text{bueno}) + p(\text{malo})}$$

$$= p(\text{bueno})$$

La probabilidad de estar en el nodo m del conjunto de información, dado que el artículo está en venta, es p(malo).

Con la distribución de probabilidad sobre los nodos del conjunto información de j2, podemos empezar la inducción hacia atrás. Si j2 compra, puede esperar la siguiente utilidad:

$$Eu_2 = p(\text{nodo } b|\text{en venta})(V - p) + p(\text{nodo } m|\text{en venta})(W - p)$$

$$= p(\text{bueno})(V - p) + p(\text{malo})(W - p)$$

que para p(malo) suficientemente baja ha de ser positiva→el comprador maximiza diciendo sí a la oferta.

Ahora podemos reemplazar el conjunto de información del j2 por sus consecuencias observables:

- El vendedor de un artículo bueno maximiza su utilidad poniéndolo a la venta pues

  $$p > 0$$

- El vendedor de un artículo malo maximiza su utilidad poniéndolo a la venta pues

  $$p - c > 0$$

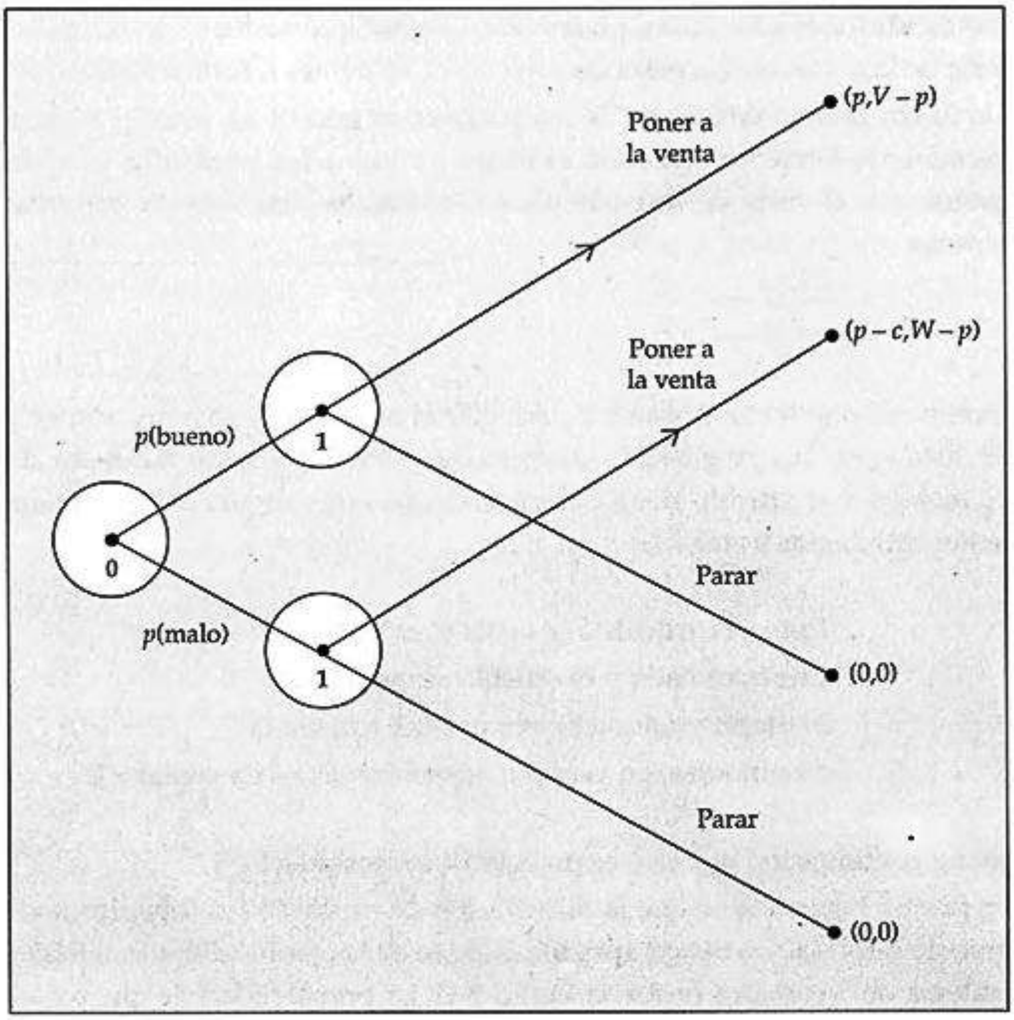


Figura 9.3. Éxito parcial del mercado, inducción hacia atrás, turno del jugador 1.

Como en el camino hacia atrás no hemos encontrado ninguna contradicción, hemos verificado que las estrategias y la creencia con las que empezamos constituyen un equilibrio secuencial (que es de agrupación y de éxito parcial del mercado).

En un equilibrio de agrupación, un comprador no obtiene información nueva observando la conducta del vendedor→continúa teniendo la misma información que al principio.

La probabilidad p(malo) de adquirir un artículo malo es tan pequeña que puede asegurar que la utilidad esperada del comprador es positiva; si alguien hiciera algo diferente, la utilidad bajaría.

Las condiciones que garantizan que pueda alcanzarse un éxito parcial del mercado mediante el equilibrio secuencial del juego de señalización son:

$p > c$ y $p(\text{bueno})(W - p) + p(\text{malo})(V - p) > 0$

la primera incentiva a la venta a vendedores de artículos malos y la segunda incentiva a comprar en un mundo de "compradores cautos".

Bajo condiciones adecuadas, podemos conseguir que un mercado funcione (aunque sea lejos de la perfección).

Un cambio ligero en algún parámetro genera un equilibrio secuencial diferente, que será el mejor de todos los resultados posibles.

Supongamos que el coste de arreglar un artículo malo es prohibitivo:

c > p

aunque el vendedor lo arreglase antes de venderlo, perdería dinero→ poco atractivo sabiendo que podría mantener el artículo fuera del mercado sin coste alguno.

Consideremos, entonces el equilibrio secuencial:

1 pone el artículo a la venta si es bueno

1 no hace nada si el artículo es malo

2 compra cualquier que esté a la venta

p(nodo b/en venta) = 1; p(nodo m/ en venta) = 0

La probabilidad de que un artículo sea bueno, dado que se ha puesto a la venta, es la probabilidad de que el azar escoja un artículo bueno multiplicada por la probabilidad de que el comprador lo ponga en venta dado que es bueno:

$$p(\text{bueno}|\text{en venta}) = \frac{p(\text{bueno})p(\text{en venta}|\text{bueno})}{p(\text{en venta})}$$

$$= p(\text{bueno})(1)$$

La probabilidad de que un artículo sea malo, dado que se ha puesto a la venta, es:

$$p(\text{malo}|\text{en venta}) = \frac{p(\text{malo})p(\text{en venta}|\text{malo})}{p(\text{en venta})}$$

$$= p(\text{malo})(0) = 0$$

La probabilidad de que el juego llegue al nodo b, dado que se ha puesto a la venta, es:

$$p(\text{nodo } b|\text{en venta}) = \frac{p(\text{bueno}|\text{en venta})}{p(\text{bueno}|\text{en venta}) + p(\text{malo}|\text{en venta})}$$

$$= \frac{p(\text{bueno})}{p(\text{bueno}) + 0} = 1$$

La probabilidad de que el juego llegue al nodo m, dado que se ha puesto a la venta, es: 0

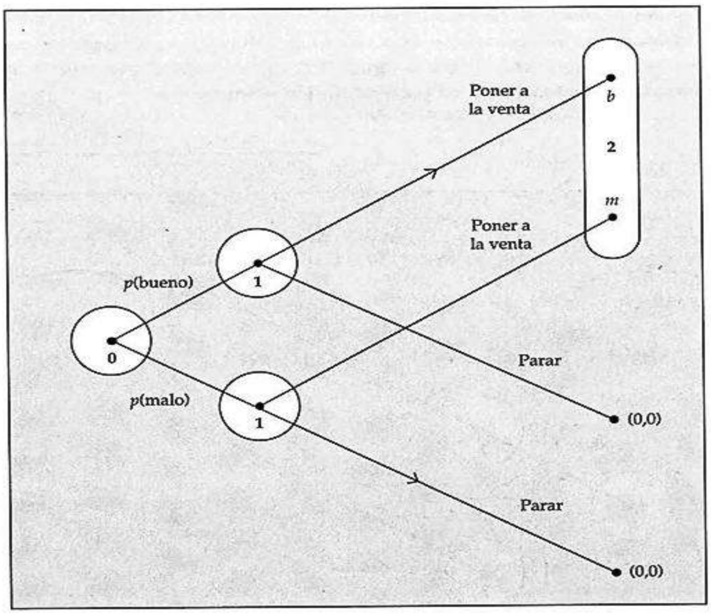


Figura 9.4. Éxito completo del mercado, se llega al conjunto de información del jugador 2.

Como tenemos una distribución de probabilidad sobre los nodos del conjunto de información del jugador 2, podemos comenzar la inducción hacia atrás.

Si j2 compra, puede esperar la utilidad:

$$Eu_2 = p(\text{nodo } b|\text{en venta})(V - p) + p(\text{nodo } m|\text{en venta})(W - p)$$

$$= (1)(V - p) + 0(W - p) > 0$$

luego, j2 maximiza su utilidad si compra.

Hacia atrás, podemos reemplazar el conjunto de información del jugador por sus consecuencias observables:

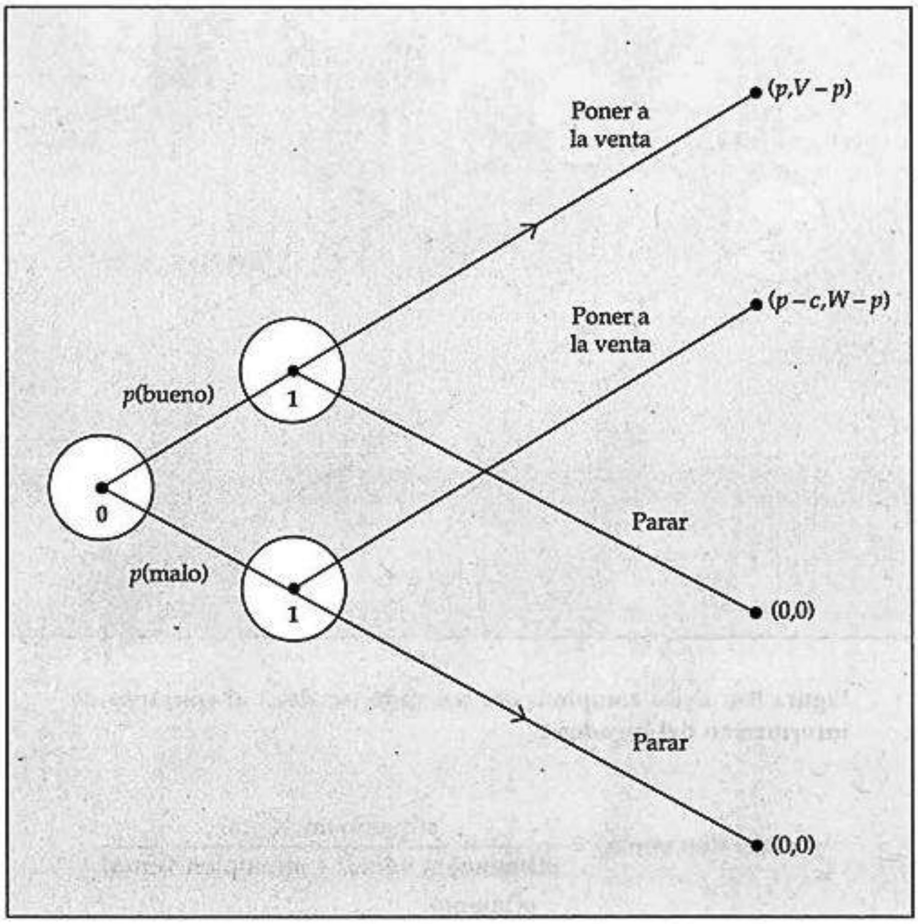


Figura 9.5. Éxito completo del mercado, inducción hacia atrás, turno del jugador 1.

El vendedor de un artículo bueno maximiza su utilidad poniéndolo a la venta, ya que

$$p > 0$$

El vendedor de un artículo malo maximiza su utilidad no poniéndolo a la venta, ya que

$$p - c < 0$$

Como no hemos encontrado ninguna contradicción, las estrategias y la creencia con que empezamos constituyen un equilibrio secuencial.

Por tanto, hemos hallado las condiciones que garantizan que se pueda alcanzar un éxito completo de mercado mediante un equilibrio secuencial del juego de señalización.

Lo que necesitamos es que $\mathbf{p < c}$, que proporciona al vendedor un incentivo a no vender un artículo malo→ bajo las condiciones adecuadas podemos conseguir que el mercado funcione perfectamente (maximice los beneficios del intercambio) incluso con inconvenientes de información.

Este equilibrio secuencial es informativo porque los compradores, en el momento que ven que un artículo está a la venta, saben que es bueno.

Si en el equilibrio secuencial, la creencia no se basa en datos, se tratará de un fallo total del mercado→ el equilibrio secuencial será:

1 para con cualquier artículo

2 dice no a cualquier artículo en venta

p(nodo b / en venta) = 0; p (nodo m / en venta) = 1

Con este par de estrategias nunca se llega al conjunto de información del comprador , pues el vendedor nunca pone a la venta→ no se basa en datos.

Aquí la creencia es la más pesimista posible: si el vendedor por error pusiera a la venta el artículo, éste debería ser malo.

Ahora tenemos una distribución de probabilidad sobre los nodos del conjunto de información del j2 y por tanto podemos comenzar un argumento de inducción hacia atrás.

Si j2 compra, puede esperar la utilidad:

$$Eu_2 = p(\text{nodo } b|\text{en venta})(V - p) + p(\text{nodo } m|\text{en venta})(W - p)$$

$$= (0)(V - p) + 1(W - p) < 0$$

por lo que j2 maximizará su utilidad si no compra.

Con la inducción hacia atrás, podemos remplazar el conjunto de información del jugador por sus consecuencias observables:

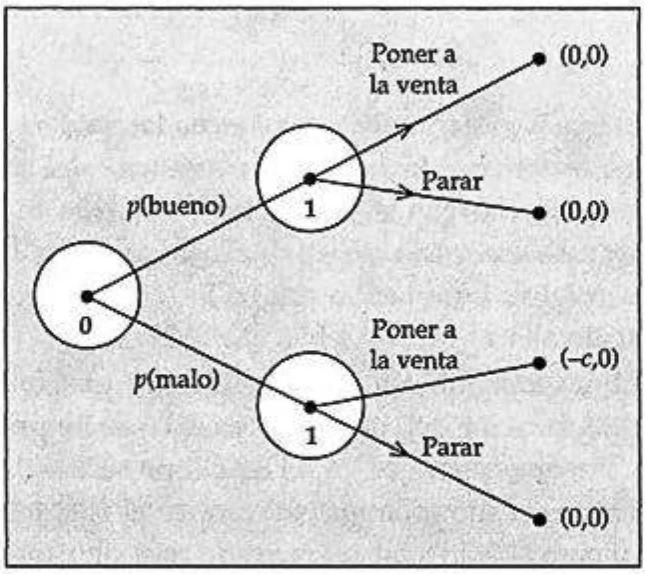


Figura 9.6. Fallo total del mercado, inducción hacia atrás, turno del jugador 1.

El vendedor de un artículo bueno es indiferente entre ponerlo a la venta, donde se rechaza, y no ponerlo en venta.

El vendedor de uno malo prefiere no ponerlo en venta: -c < 0

Como en el camino de inducción hacia atrás no hemos encontrado ninguna contradicción, se han verificado que las estrategias de creencia con las que empezamos constituyen un equilibrio secuencial→ en él, falla completamente el mercado, no se compra ni se gana nada.

El equilibrio de agrupación que obtenemos por parte de los vendedores es desafortunado pues en cualquier caso mantienen los productos fuera del mercado, no produciéndose beneficio por el intercambio, aunque exista potencialmente.

Este equilibrio secuencial es consecuencia de que la creencia crucial para el equilibrio no se base en ningún dato.

9.3.- Equilibrio secuencial: estrategias mixtas:

Para demostrar que un casi fallo de mercado puede aparecer como un equilibrio secuencial, se deben cumplir:

1. **p > c,** para que los vendedores de artículos malos tengan incentivo a ponerlos en venta.
2. Si los compradores compran cualquier artículo a la venta, pierden:

$$Eu_2 = p(\text{bueno})(V - p) + p(\text{malo})(W - p) < 0$$

   En esta situación, los compradores se negarían a comprar y los vendedores de artículos malos perderían→para salir de esta situación están las estrategias mixtas.

Si en un mercado la probabilidad de que un coche usado sea bueno es igual a que no lo sea:

$$p(\text{bueno}) = p(\text{malo}) = 0{,}5$$

El comprador valora un buen coche usado en \$3.000 y uno malo en \$0

El precio venta de los coches usados es \$2.000, luego:

$$\$3.000 = V > p = \$2.000 > 0 = W$$

Arreglar un coche usado cuesta \$1.000

Sabemos que

$$c/p = 1.000/2.000 = 0{,}5$$

y que

$$p(\text{bueno})(V - p) + p(\text{malo})(W - p) = 0{,}5(1.000) + 0{,}5(-2.000) < 0$$

por lo que se cumplen las desigualdades que necesitamos, resultando la versión de Caveat Emptor:

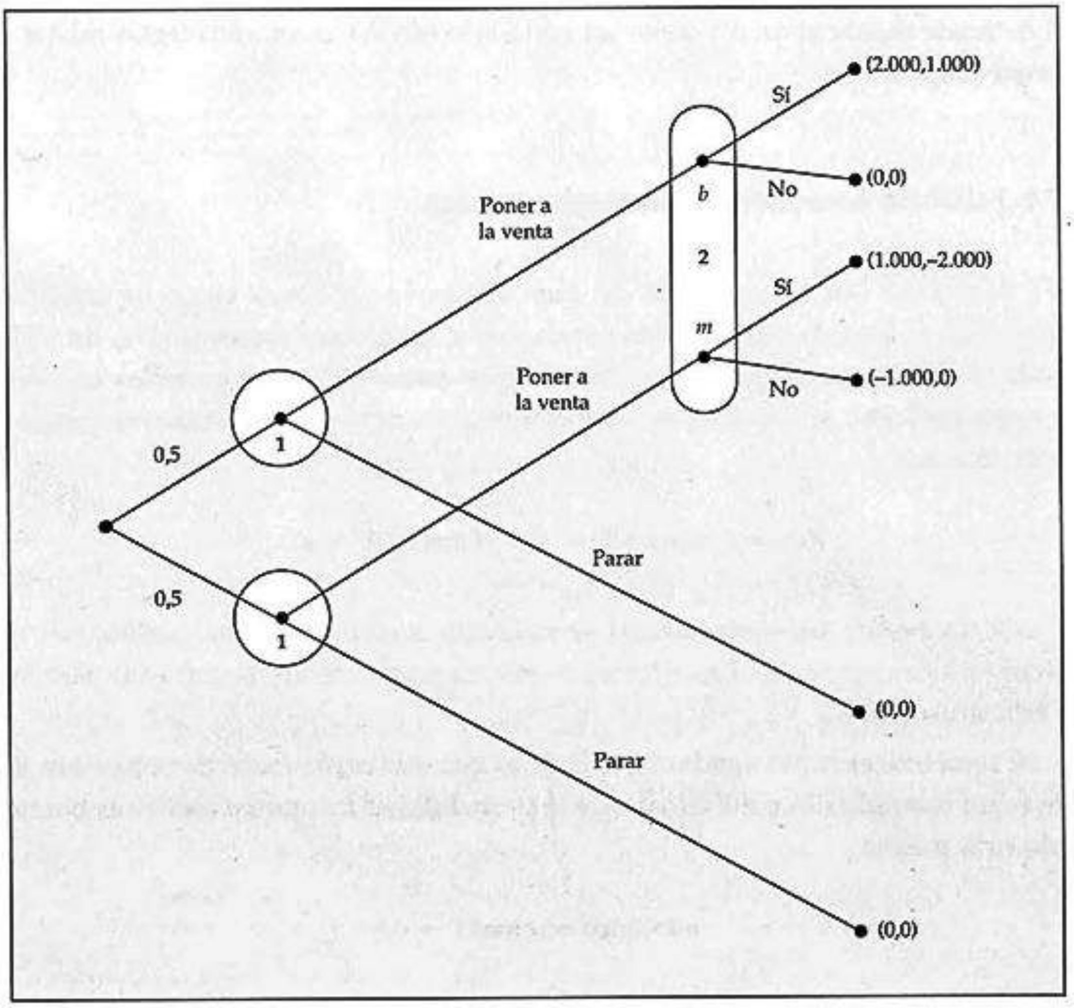


Figura 9.7. Caveat Emptor, casi fallo del mercado.

Los parámetros de ganancias siguientes nos llevan a un equilibrio secuencial para Caveat Emptor:

1 pone el coche usado en venta si es bueno

1 pone el coche usado en venta con probabilidad 0,5 si es malo

2 compra el cose usado que se ponga en venta con probabilidad 0,5

$$p(\text{nodo } b|\text{en venta}) = \frac{2}{3} \qquad p(\text{nodo } m|\text{en venta}) = \frac{1}{3}$$

y

Con probabilidad 0,5, un artículo es bueno y se pone a la venta→se alcanza el nodo b con probabilidad 0,5

Con probabilidad 0,5, un artículo es malo y se con probabilidad 0,5 se pone a la venta→se llega al nodo m con probabilidad 0,25

La distribución de probabilidad condicional resultante es la creencia:

$$p(\text{nodo } b|\text{en venta}) = \frac{0{,}5}{(0{,}5 + 0{,}25)} = \frac{2}{3}$$

$$p(\text{nodo } m|\text{en venta}) = \frac{0{,}25}{(0{,}5 + 0{,}25)} = \frac{1}{3}$$

Comprobaremos que el comprador está indiferente entre comprar y no comprar:

Con estas probabilidades, el valor esperado por comprar es la misma ganancia que si no comprara nada:

$$Eu_2(\text{comprar}|\text{en venta}) = p(\text{nodo } b|\text{en venta})(1.000) + p(\text{nodo } m|\text{en venta})(-2.000)$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)(1.000) + \left(\frac{1}{3}\right)(-2.000) = 0$$

por lo tanto el comprador pasa la prueba de equilibrio en estrategias mixtas.

Considerando al vendedor con un coche usado malo, si los compradores compran con probabilidad 0,5, entonces el vendedor esperará:

$$Eu_1(\text{en venta}|\text{malo}) = 0{,}5(1.000) + (0{,}5)(-1.000) = 0$$

lo mismo que si no pone el coche a la venta→ el vendedor de un coche malo también pasará la prueba del equilibrio en estrategias mixtas.

Los vendedores de coches malos y todos los compradores obtienen ganancia cero, y los vendedores de coches buenos solo venden el 50% de las veces→ este mercado no funciona nada bien, y solo un fallo completo del mercado es peor que este equilibrio secuencial en estrategias mixtas. Es decir, la información imperfecta puede empobrecer mucho el funcionamiento del mercado.

Observando el diagrama de casos de Caveat Emptor:

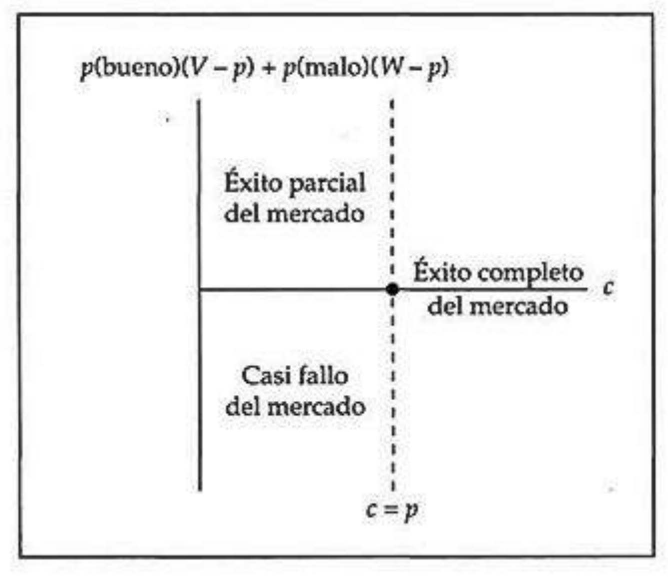


Figura 9.8. Caveat Emptor, diagrama de casos.

El coste del arreglo, c, característica crucial del lado de la oferta de mercado, se representa en el eje de las x.

En el eje y, se representa la característica crucial del lado de la demanda del mercado, el valor esperado por el comprador si todo se pone a la venta y compra:

$$p(\text{bueno})(V - p) + p(\text{malo})(W - p).$$

En el diagrama hay tres zonas:

- Cuando $p<c$:
  - Obtenemos un éxito total del mercado
  - Solo se ponen a la venta artículos buenos y se compran
  - El juego es completamente informativo

- Cuando $p>c$ y el valor esperado del comprador es positivo:
  - Obtenemos un éxito parcial del mercado
  - Cualquier artículo, bueno o malo, se pone a la venta y se compra
  - Resultado nada informativo: lo bueno y lo malo se agrupan

- Cuando $p>c$ y el valor esperado por comprar cualquier artículo es negativo:
  - Se obtiene casi un fallo de mercado
  - Compradores y vendedores de malo adoptan estrategias mixtas para sobrevivir en este mundo de ”compradores cautos”

9.4.- <u>El mercado de carracas:</u>

Muestra hasta qué punto los precios pueden proporcionar señales sobre la calidad cuando la información es imperfecta.

Buscaremos condiciones bajo las cuales en un equilibrio secuencial el precio sí revele información sobre la calidad.

En el juego Carracas, figura 9.9. el azar determina la calidad del artículo, bueno o malo:

El vendedor, j1, conoce la calidad y pone los artículos en venta, a precio alto, p, o bajo, q.

El comprador, j2, no sabe la calidad pero observa el precio y dice sí o no a la oferta de j1

Un artículo bueno tiene valor más alto, V, que uno malo, W.

Es mejor comprar bueno y caro que malo y barato.

Comprar malo a precio caro es una pérdida:

$$V - q > V - p > W - q > 0 > W - p$$

El vendedor de malo debe pagar un coste de reparación, c, si quiere que parezca bueno; o bien, vender sin reparar.

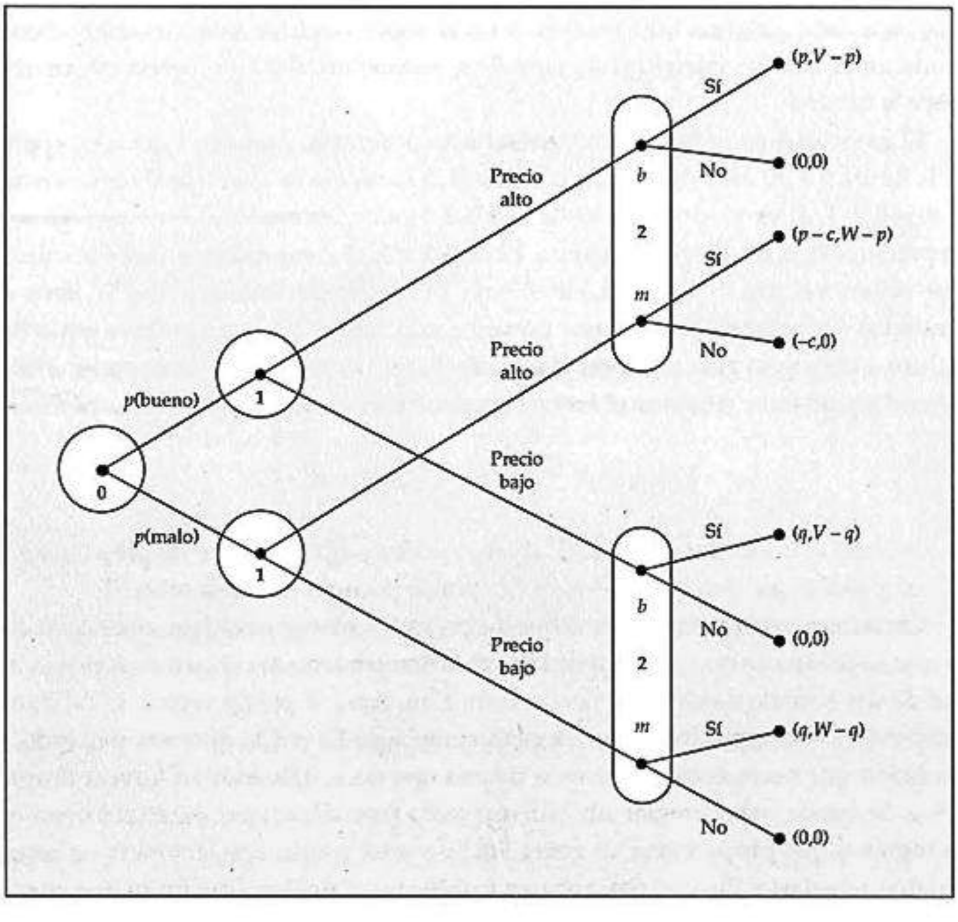


Figura 9.9. Carracas.

El precio señala la calidad al comprador si hay un producto bueno a precio alto y uno malo a precio bajo→el comprador obtiene aquello por lo que está pagando.

Necesitamos la misma condición que en Caveas Emptor: c > p, si cuesta más arreglar un artículo para que parezca bueno que los ingresos por su venta, incluso a un precio alto, no será rentable arreglarlo.

En este caso, con c > p, se llega a un equilibrio secuencial:

1 cobra un precio alto cuando el artículo es bueno
1 cobra un precio bajo cuando el artículo es malo
2 compra cualquier artículo que esté en venta
$p(\text{nodo } b|\text{precio alto}) = 1$
$p(\text{nodo } m|\text{precio bajo}) = 1$

Gracias al equilibrio secuencial de separación, Carracas tiene una solución que corresponde a un éxito total del mercado.

Bajo otras condiciones, el resultado de Carracas será un fallo total del mercado.

En el caso extremo en que c=0, un artículo malo puede parecer bueno a coste nulo→no se aprecia bien uno bueno a precio elevado→ se impide un equilibrio secuencial de separación y su correspondiente éxito de mercado.

Si todos los artículos buenos se ofrecen a precio p y los malos a precio q y que los compradores compran a cualquier precio que esté a la venta→esto no es un equilibrio pues un vendedor de malo puede cobrar un precio alto y venderlo, obteniendo un beneficio mayor: p>q. Si hacen esto todos los vendedores de malo, el precio dejará de ofrecer señales de calidad→si el valor esperado de los compradores, si se agrupan, es negativo:

$$Eu_2(\text{comprar}|\text{precio alto}) = p(\text{bueno})(V - p) + p(\text{malo})(W - p) < 0$$

y

$$Eu_2(\text{comprar}|\text{precio bajo}) = p(\text{bueno})(V - q) + p(\text{malo})(W - q) < 0$$

En el peor equilibrio secuencial, el mercado falla estrepitosamente:

1 cobra un precio bajo tanto si el artículo es bueno como si es malo
2 no compra sea cual sea el precio
$p(\text{nodo } b|\text{precio bajo}) = p\ (\text{bueno})$
$p(\text{nodo } b|\text{precio alto}) = p\ (\text{bueno})$

La última creencia, $p(\text{nodo } b|\text{precio alto}) = p\ (\text{bueno})$, no es pesimista. El comprador cree que la probabilidad de que un vendedor de malo como uno de bueno cobre un precio alto es la misma que su frecuencia en la población→no resulta rentable comprar.

Esto es el principio de las carracas: los artículos malos acaban expulsándolo todo del mercado.

En mercados muy sensibles a la información, el principio de las carracas es un problema social importante. P ej. El mercado de seguros médicos para mayores de 65 años, donde el coste cosmético, c, puede también estar muy cerca a cero.

USA creó Medicare en 1965 para corregir este fallo de mercado, pero todavía está por corregir.

9.5.- <u>Compromiso costoso como mecanismo de señalización:</u>

Principio del compromiso costoso: Un poderoso mecanismo de señalización es comprometerse a un coste considerable al principio del juego para evitar romper el trato→señal creíble.

Juego Devolución garantizada del dinero: equivale a Carracas con c=0, por lo que todos los vendedores cobrarían el precio alto. Pero difiere de Carracas en las ganancias, en la forma de devolver el dinero.

Si un comprador no obtiene un artículo de buena calidad, V, cuando paga un precio alto, p, el vendedor se compromete a pagar la diferencia→compromiso muy costoso para el que vende malo ya que la garantía asegura al comprador el pago de V-p, compre lo que compre. Si compra bueno no pasa nada, pero si compra malo el vendedor pagará la diferencia V-W al comprador.

Si la garantía de devolución del dinero es gravosa, si:

$$p + W - V < 0$$

existe un equilibrio secuencial que conduce al éxito total del mercado:

1 cobra un precio alto por un artículo bueno
1 cobra un precio bajo por un artículo malo
2 acepta un precio alto
2 dice no a un precio bajo
$p(\text{nodo } b|\text{precio alto}) = 1$
$p(\text{nodo } b|\text{precio bajo}) = 0$

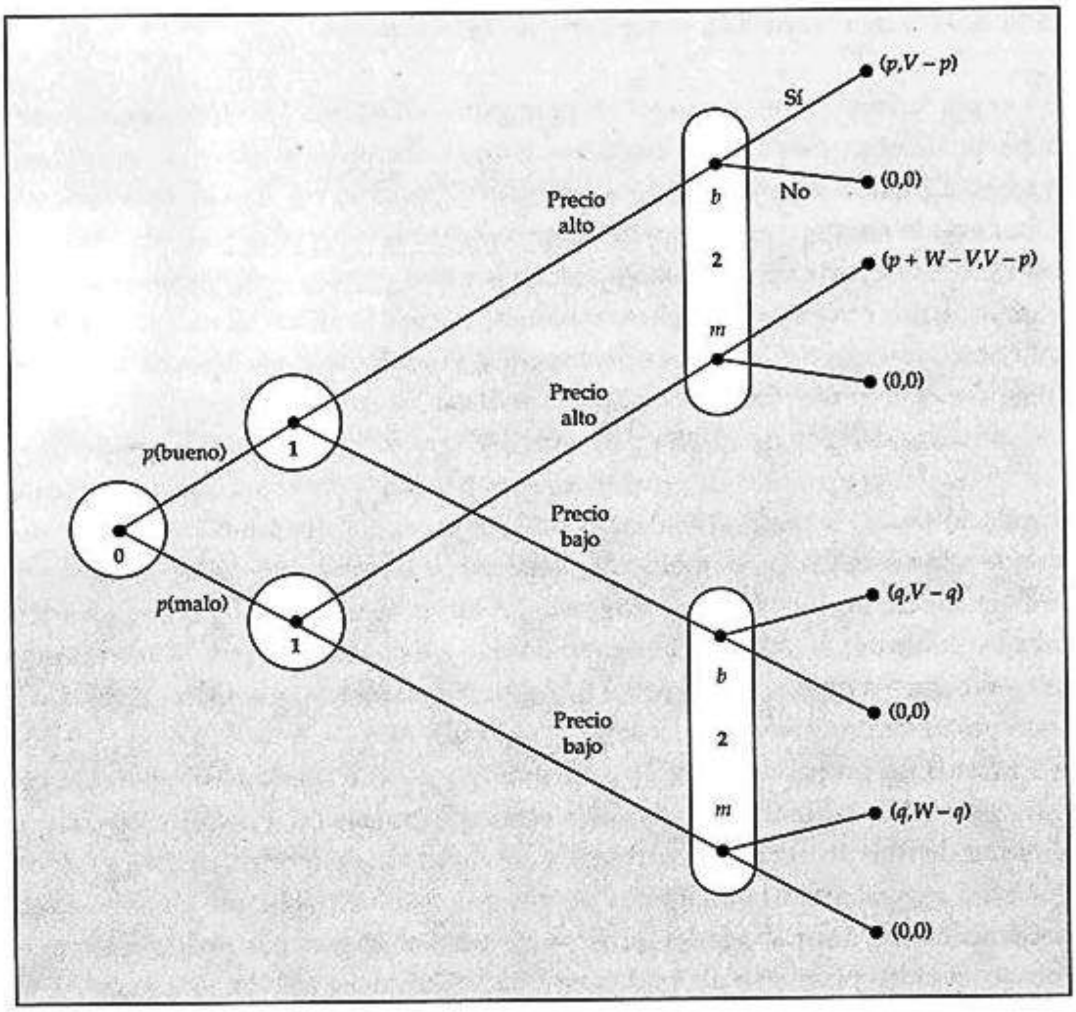


Figura 9.10. Garantía de devolución del dinero.

La estrategia dominante del vendedor de bueno es cobrar un precio alto, y la dominante del comprador es decir sí al precio alto.

Con estas dos estrategias, se calcula el resto del equilibrio secuencial fácilmente.

La devolución del dinero revolucionó la venta al por menor→la garantía protegía de las carracas.

En el caso Telex-IBM, el resultado varía mucho según que IBM sea o no agresiva.

Si el juego comienza con un suceso aleatorio que asigna un determinado tipo a IBM, aunque IBM no verá su precio hasta el final, puede enviar una señal costosa (como expandir su capacidad incurriendo en un coste fijo elevado, cosa que solo necesitará si quiere aplastar a Telex) después de ver su tipo.

Se pueden construir equilibrios secuenciales en los que una IBM agresiva aumente su capacidad, mientras que otra pacífica no lo haga; o en los que dos tipos de IBM creen excedentes , donde la IBM pacífica se marca un farol que no descubren.

Este principio también se aplica en relaciones internacionales; p ej, la operación Tormenta del Desierto; amenaza que Bagdad no creyó.

9.6.- <u>Señalización repetida y registro de actuaciones:</u>

En muchas relaciones comerciales, sobre todo en bienes duraderos, se da la compra repetida→después de comprar, si hay señales claras, el comprador ya sabe si es una carraca o no y por tanto si romperá la relación. Cuando las señales tienen ruido, no se puede.

Un bufete contrata al joven abogado Kane y aún tiene que estrenarse.

Hay dos tipos de abogados: El estrella gana el 90% de los casos→la probabilidad de que una estrella gane un caso es

p(ganar/estrella)=0,9

Un abogado corriente gana el 50%--> p(ganar/corriente)=0,5

Nunca se contratan abogados peores que esto.

Uno estrella domina estocásticamente a uno corriente.

Solo queremos firmar a l/p con estrellas; no tenemos en cuenta el esfuerzo, solo el resultado.

Antes de que Kane se estrene creemos que la probabilidad de que sea estrella es igual a que sea corriente:

$$p\,(\text{estrella}) = p\,(\text{corriente}) = 0{,}5$$

Hay que decidir si hacer socio a Kane o dejar que se marche bajo condiciones de información imperfecta.

Para convertirlo en un juego de 1 jugador, hay que asignar ganancias a las decisiones.

Hacerlo socio significa que se le asignarán casos desde ese momento, y que su factor de descuento es 0,95 (es decir, un tipo de interés del 5%).

Su utilidad:

$$u(\text{ganar}) = 1 \qquad \text{y} \qquad u(\text{perder}) = 0.$$

por lo que al hacer socio a un estrella permite esperar un valor de:

$$VE = \sum (0{,}95)^t[0{,}9(1) + 0{,}1(0)]$$

$$= \frac{0{,}9}{(1 - 0.95)} = 18$$

y hacer a un abogado corriente:

$$VE = \sum (0{,}95)^t[0{,}5(1) + 0{,}5(0)]$$

$$= \frac{0{,}5}{(1 - 0{,}95)} = 10$$

La consecuencia de hacer socio a un abogado corriente es una pérdida de 8/18, casi un 45% si se compara con hacer socio a un estrella.

Hacer socio a un no estrenado sería una irresponsabilidad→ se concede un periodo de prueba al recién y se abre un registro de actuaciones.

Habría que determinar la duración del periodo de prueba.

Consideremos un periodo lo más corto posible: solo un periodo de duración. figura 9.11. Un suceso aleatorio al principio determina el tipo del abogado Kane. Ambos tipos, estrella y corriente, tienen igual probabilidad.

Kane sabe su tipo pero no lo revela.

Un segundo suceso aleatorio determina el resultado de su primer caso, victoria o derrota, y se decide si hacerlo socio o dejar que marche.

Kane acepta al momento cualquier oferta.

Si se le deja marchar nos queda una vacante (utilidad=0)→ el valor esperado de lo que el mercado tiene que ofrecer:

$$[0{,}5(18-1)+0{,}5(10-1)]=13.$$

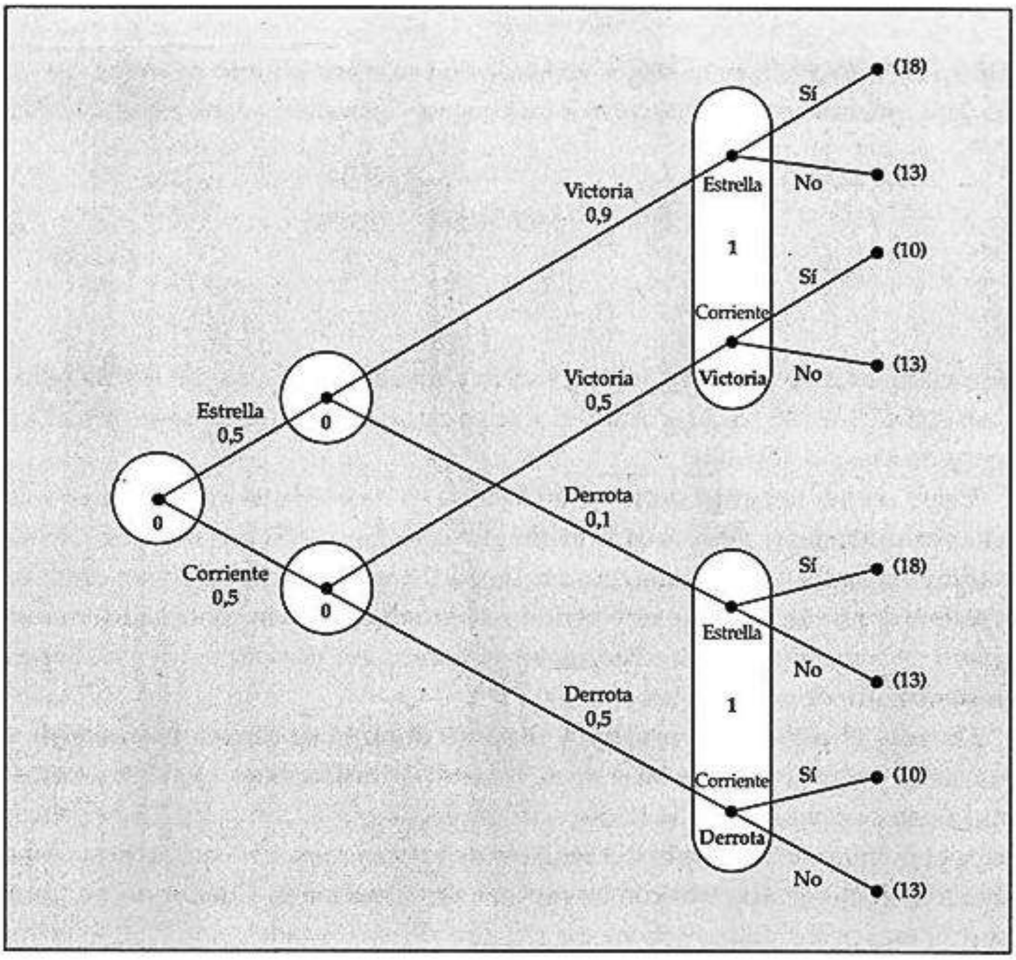


Figura 9.11. Prueba de un periodo.

La decisión la tomamos por lo que vemos, considerando las cuatro decisiones posibles; la estrategia es el tipo de decisión que se adopta:

I) Sí, pase lo que pase

II) Sí, si hay alguna victoria; no, si hay alguna derrota

III) No, si hay una victoria; sí si hay una derrota

IV) No, pase lo que pase

I) Sí, pase lo que pase:

Es una estrategia incondicional con valor esperado:

$$VE = 0{,}5(18) + 0{,}5(10) = 14$$

II) Sí, si hay alguna victoria; no, si hay alguna derrota

Aquí hace falta la regla de Bayés; queremos saber la probabilidad de haber contratado un estrella por ganar un caso→ p(estrella/victoria)

Por la regla de Bayés, tenemos que

$$p(\text{estrella}|\text{victoria}) = \frac{p(\text{estrella})p(\text{victoria}|\text{estrella})}{p(\text{victoria})}$$

donde

$$p(\text{victoria}) = p(\text{estrella})p(\text{victoria}|\text{estrella}) + p(\text{corriente})p(\text{victoria}|\text{corriente})$$

Sustituyendo en la fórmula:

p(victoria/estrella)=0,9

p(victoria/corriente)=0,5

p(estrella)=p(corriente)=0,5

obtenemos:

$$p(\text{estrella}|\text{victoria}) = \frac{0{,}45}{0{,}70} = \frac{9}{14}, \text{ o } 64{,}3\%$$

Una victoria actualiza la probabilidad de que Kane sea estrella de un 50% a un 64,3% → Kane ha subido de valor

La actualización bayesiana es la fundamentación matemática del principio del registro de actuaciones.

La probabilidad de haber contratado abogado corriente que ha tenido suerte, p(corriente/victoria), será:

$$p(\text{corriente}|\text{victoria}) = 1 - p(\text{estrella}|\text{victoria}) = 1 - \frac{9}{14} = \frac{5}{14} = 35{,}7\%$$

esta probabilidad baja porque es más normal que una estrella acierte a que lo haga un corriente.

Con esto quedarían vistos todos los casos cuando hay una victoria; ahora tocan ver las derrotas

La probabilidad de que una estrella tenga mala suerte y pierda el caso, por Bayés, será:

$$p(\text{estrella}|\text{derrota}) = \frac{p(\text{estrella})p(\text{derrota}|\text{estrella})}{p(\text{derrota})}$$

donde,

$$p(\text{derrota}) = p(\text{estrella})p(\text{derrota}|\text{estrella}) + p(\text{corriente})p(\text{derrota}|\text{corriente})$$

Sustituyendo en la regla de Bayes la información $p(\text{derrota}|\text{estrella}) = 0{,}1$, $p(\text{derrota}|\text{corriente}) = 0{,}5$ y $p(\text{estrella}) = p(\text{corriente}) = 0{,}5$;

$$p(\text{estrella}|\text{derrota}) = \frac{0{,}5(0{,}1)}{(0{,}5 + 0{,}25)} = \frac{1}{6}, \text{ o } 16{,}7\%$$

La probabilidad de que una derrota venga de un estrella es mínima, 1/6, y la de que venga de un abogado corriente, será:

$$p(\text{corriente}|\text{derrota}) = 1 - p(\text{estrella}|\text{derrota}) =$$

$$= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}, \text{ u } 83{,}3\%$$

Ahora podremos calcular el valor esperado de la estrategia Si, cuando hay una victoria y No, cuando hay una derrota.

La victoria ocurre con probabilidad =0,7→las decisión es Si→la probabilidad de que Kane sea una estrella y tenga valor de 18 es de 9/14.

La derrota ocurre con probabilidad= 0,3→ la decisión es NO→ la ganancia es 13

Sumando todo:

$$VE = 0{,}7\left[\left(\frac{9}{14}\right)(18) + \left(\frac{5}{14}\right)(10)\right] + 0{,}3(13) = 14{,}5$$

La actualización bayesiana permite tomar una decisión mejor que simplemente decir sí, pase lo que pase.

<u>III) No, si hay una victoria; sí si hay una derrota</u>

Suena mal esta estrategia; es despedir a alguien justo después de ganar:

$$VE = 0{,}7(13) + 0{,}3\left[\left(\frac{1}{6}\right)(18) + \left(\frac{5}{6}\right)(10)\right] = 12{,}5$$

<u>IV) No, pase lo que pase:</u>

Proporciona una ganancia de 13

Si se despide siempre a alguien después del periodo de prueba, se estará siempre en el mercado de repuestos→se esperará el valor de repuesto.

El libro dice que ese valor esperado de *dejar que Kane se marche* es

VE = [0,5(18-1) + 0,5(10-1)] = 13

El libro lo llama "valor esperado de lo que el mercado tiene que ofrecer", es decir, te quedas sin abogado y tienes que volver a buscar uno nuevo, con lo que el proceso se repite.

Lo que esperas obtener cuando te enfrentas a la contratación de un abogado es el rendimiento de una estrella por la probabilidad de encontrarla, más el rendimiento de uno corriente por la probabilidad de encontrarlo. Pero Gardner sustrae a los rendimientos una unidad. La razón está en que ese es el coste de oportunidad de una victoria en un juicio, y si no tienes un abogado contratado (Kane se ha ido) renuncias a eso. Dicho de otro modo: si echas –o dejas que se marche- a Kane, sacrificas una posible victoria en un juicio, al que ni siquiera puedes ir porque no tienes abogado. Después de perder el juicio por abandono te pones a buscar uno que sustituya a Kane.

La mejor estrategia será: II>I>IV>III →si la duración es un periodo, lo mejor es contratar a Kane si obtiene una victoria y dejarlo marchar si es derrota.

Cuando el periodo es corto hay gran probabilidad de cometer un error.

Los errores típicos:

a) Hacer socio a un abogado corriente. Con estrategia II se cometerá el error con probabilidad (0,7)(5/14)=25% de las veces porque tuvo suerte en el primer juicio→ a l/p el 25% de los abogados serán corrientes.

b) Permitir que un estrella se vaya. Con estrategia II se cometerá con probabilidad (0,3)(1/6)=5% de las veces se le dejará ir por haber tenido un fallo la primera vez.

La manera de reducir el número de errores es mediante la señalización repetida durante un periodo de prueba más largo→sale caro.

Para un periodo de prueba de 10 periodos, tenemos la distribución de probabilidad del número de victorias de un estrella y de un corriente:

Abogado estrella puede esperar en este periodo de prueba, con una pequeña dispersión:

(prob de victoria)(nº oportunidades)=(0,9)(10)=9 victorias

Abogado corriente, puede esperar con algo de dispersión:

(prob de victoria)(nº oportunidades)=(0,5)(10)=5 victorias

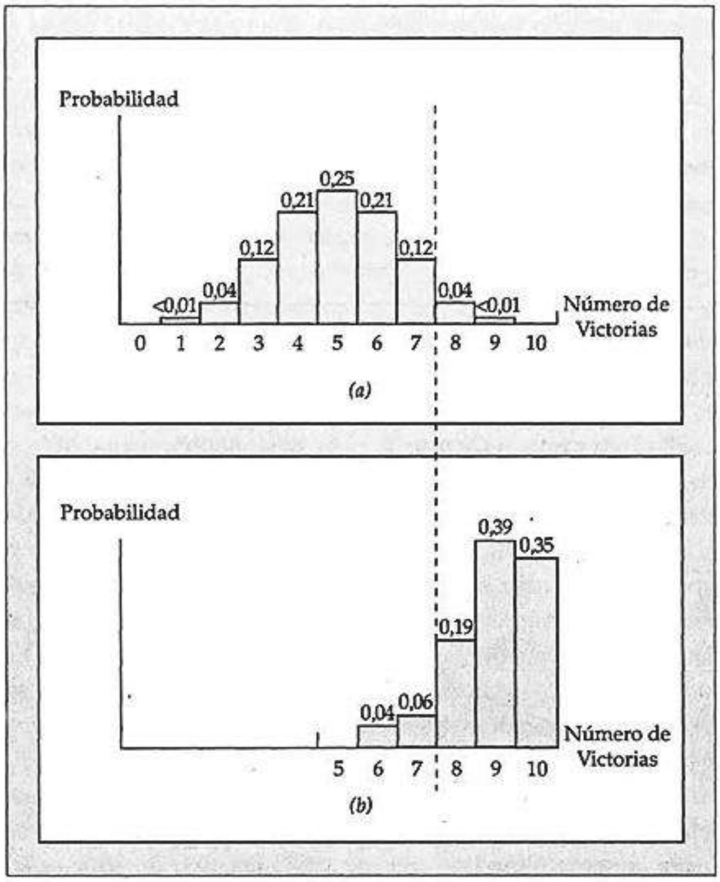


Figura 9.12. Prueba de diez periodos; (*a*) corriente; (*b*) estrella.

Una estrategia similar a II que reduciría la probabilidad de cometer error sería: si un abogado tiene 8 victorias como mínimo en el periodo de prueba→ hacerlo socio; en caso contrario, que se vaya.

El estrella cumplirá esta condición un 93% de veces y uno corriente lo cumplirá un 4% de veces→El error de hacer socio a uno ordinario se cometerá solo un 4%de las veces que se satisface esta condición, en lugar de 5/14=38% cuando la duración era un periodo.

Otro problema sería dejar marchar a un estrella por no conseguir 8 victorias lo cual ocurre con probabilidad 0,7, y uno corriente lo haría con probabilidad 0,95→el error de dejar ir al estrella ocurre solo el 7% de las veces, en vez del 1/6=16% con solo un periodo de prueba.

Luego, periodos de prueba más largos con registros de actuaciones reducen más los errores.

En los bufetes, lo típico son los periodos de prueba de 7 años y en USA de 6 para hacerse socios; para entrenadores del Big 10, son 5 años… pero aun siendo largo nunca se está seguro de la decisión adecuada.

Un agente informado, aunque haya ruido, tiene mejor información que otro desinformado.

9.7.- Bárbaros en la frontera:

RJR Nabisco, formada por fusión. La alta dirección pretendió hacer una CP, compra privilegiada: pedir prestado dinero para comprar todas las acciones de la compañía y después dividirla y venderla por piezas→si todo salía bien, ganarían mucho dinero.

Cualquiera un poco hábil y con info, además de la dirección, podía intentar su propia CP→el éxito está en poder determinar con exactitud el grado de endeudamiento que puede soportar, gastos que pueden recortarse y partes que pueden venderse de la compañía para pagar la deuda rápidamente… un fallo en los cálculos arrastraría al comprador y al vendedor en una avalancha de deudas.

RJR encargó un informe secreto sobre el valor de la empresa que daba una horquilla de valor= mensaje con ruido.

Se postularon otros candidatos para la CP que por ley pudieron inspeccionar la compañía… el precio por acción en la bolsa de NY empezó a crecer… y entraron nuevos candidatos para comprar… al final se piensa que la compra privilegiada de RJR Nabisco fue la compra de la carraca más grande del mundo.

Resumen

1. En un juego de señalización con información imperfecta, uno de los jugadores tiene un elemento de información crucial que falta a los otros jugadores. El jugador que tiene esta información recibe el nombre de informado; el jugador sin esta información, desinformado.
2. Cuando el jugador informado actúa primero, su acción puede proporcionar información al jugador desinformado. A esta posibilidad se la denomina señalización.
3. Existen cuatro resultados posibles en el juego de señalización de mercado Caveat Emptor. El éxito total del mercado es de separación, el fallo total del mercado y el éxito parcial del mercado son ambos de agrupación y el casi fallo del mercado es un equilibrio mixto entre separación y agrupación.
4. Un equilibrio secuencial amplía el concepto de perfección en subjuegos a juegos de señalización. Este tipo de equilibrio requiere que los jugadores tomen decisiones que maximicen la utilidad esperada en todos sus conjuntos de información. Las distribuciones de probabilidad sobre los nodos de los conjuntos de información se basan en los datos y en las estrategias de los otros jugadores.

5. Cuando la solución de un juego de señalización de mercado es el éxito total del mercado, el equilibrio de mercado proporciona información a todos los jugadores. Cuando la solución del juego es el éxito parcial del mercado, el equilibrio de mercado no proporciona ninguna información nueva. Cuando la solución es el equilibrio mixto, éste proporciona algo de información.
6. En Caveat Emptor, mientras para parecer del tipo bueno hay que pagar un coste, el fallo total del mercado no puede ser la solución. El equilibrio secuencial que da lugar al fallo total del mercado es en estrategias dominadas.
7. El principio de las carracas establece que los artículos malos acaban expulsándolo todo del mercado. Esto puede ocurrir en un equilibrio secuencial de Carracas.
8. El principio del compromiso costoso establece que las señales ganan credibilidad cuando representan un coste para quien las emite. La garantía de devolución del dinero es un ejemplo de compromiso costoso que atenúa el problema de las carracas.
9. En los juegos repetidos de señalización, un registro de actuaciones proporciona información sobre el tipo de un jugador. Cuanto más dure el periodo de prueba, mejor será la información. En el equilibrio secuencial se utiliza la actualización bayesiana de la información para decidir la mejor estrategia. Existe una relación entre la duración del periodo de prueba y la probabilidad de cometer un error.
10. La compra privilegiada de RJR Nabisco ilustra un juego de señalización en el que una de las partes tiene mejor información que el resto, pero aun así la información es imperfecta.

Conceptos clave

juego de señalización
jugador informado/desinformado
equilibrio de separación
equilibrio de agrupación
equilibrio secuencial
regla de Bayes
diagrama de casos
principio de las carracas
compromiso costoso
señalización repetida
garantía de devolución del dinero
señal con ruido
principio del registro de actuaciones
compra privilegiada
diligencias debidas

Problemas

1. Un tratante de arte le ha ofrecido un cotizado Rembrandt. Los expertos en arte están divididos al 50% sobre si es un Rembrandt auténtico (en cuyo caso tendría un valor de 20 millones de dólares) o si es la obra de uno de sus discípulos (en cuyo caso tendría un valor de 1 millón de dólares). Formule este problema como un juego de señalización y resuélvalo. El precio que se le pide es de 5 millones de dólares, y usted es neutral ante el riesgo. Conseguir que un crítico de arte certifique la autenticidad del cuadro tiene un coste de $100.000.

El juego sobre el cuadro de Rembrandt es como el juego de Caveat Emptor (Figura 9.1), con V = $20 millones, W = $1 millones, p(Bueno) = p(Malo) = 0,5, p = $5 millones, and c = $0,1 millones. El equilibrio secuencial es como sigue:

El tratante con un Rembrandt auténtico lo ofrece a la venta

El tratante con un Rembrandt falso lo ofrece a la venta

El comprador adquiere cualquier cosa que se ponga a la venta

El comprador compra porque el valor esperado de la pintura ofrecida, VE = (0,5)(20 + 1) = 10,5 millones, supera el precio de 5 millones. Dada esta circunstancia, el vendedor con una pintura que no es de Rembrandt, pero que se le parece mucho, la ofrece a la venta.

La ineficiencia en este equilibrio se pone de manifiesto en el hecho de que los vendedores con Rembrandts auténticos no consiguen, ni de lejos, los 20 millones que esas pinturas pueden llegar a costar. Además, todos los compradores que adquieren Rembrandts falsos a los precios de los verdaderos estarán no muy contentos que digamos cuando se den cuenta.

Estoy haciendo el problema 1 de la página 307 y no me coincide el resultado con la solución dada por usted.

Yo lo he resulto de esta forma:

p= 5.000.000

V=20.000.000

W=1.000.000

c=100.000

V-p=15.000.000

W-p= -4.000.000

VE= 0.5(15.000.000 - 4.000.000) = 5.500.000

Me podría decir por qué no se resuelve de esta forma?

El valor esperado de un cuadro se compara con su precio, o lo que nos piden por él. El valor esperado del cuadro es V si resulta que es bueno o W si resulta que es falso. Por tanto VE = 0,5(W+V), y eso es lo que se compara con p. Lo que usted hace es el beneficio esperado de la compra del cuadro, y habría que comparar con 0 y no con p, pues p, el precio del cuadro, ya está incorporado al concepto de beneficio.

2. Usted está considerando una compra privilegiada de la sociedad X. Las acciones de X tienen un valor de $1 por acción o de $5 por acción. La dirección de la empresa sabe cuál es el valor, y pide $2 por acción por las 10.000 que hay en el mercado. Usted sólo sabe que la probabilidad de que la compañía tenga un valor de $5 por acción es del 50%. ¿Debería comprar la compañía a este precio? Si la dirección quisiera manipular la contabilidad para que pareciera mejor de lo que es, tendría que pagar 50.000 dólares.

El juego relativo a adquisición o toma de control de una corporación es, de nuevo, una variante del juego Caveat Emptor (Figura 9.1), con V = $50.000 (10000 acciones a $5 la acción), W = $0, p(Bueno) = p(Malo) = 0,5, p = $20.000, y c = $50.000. El equilibrio secuencial sería el siguiente:

El comprador compra en cualquier caso.

La compañía con valor alto ofrece a la venta.

La compañía con valor bajo no ofrece a la venta.

Incluso si la compañía con valor bajo (1 dólar por acción) se coloca a un comprador, la venta implicaría una pérdida (50.000 dólares de maquillaje, lo que en inglés se llama *cooking the books*, y 20.000 de ganancias, igual a 30.000 de pérdidas). Esta circunstancia asegura que lo que se pone en venta vale 5 dólares por acción.

Solo tiene que rellenar la figura 9.1 con los datos, y averiguar si la compañía de bajo valor saca productos a la venta (acciones en este caso). Ya que no es así, el juego acaba siendo bastante simple en realidad. Solo tiene que "ver" lo que ocurre.

Hay cuatro variables relevantes, la valoración que hace el comprador de un coche bueno (V), la que hace de un coche malo (W), el precio de venta (p) –siendo V>p>W- y el coste de hacer pasar un coche malo por bueno (c).

En este juego tenemos V = $50.000, W = $10.000, p(Bueno) = p(Malo) = 0,5, p = $20.000, y c = $50.000.

Ocurre que c es muy alto. Iguala a V y supera con mucho a p. Los productos malos no se ofrecen.

3. Suponga que en Caveat Emptor (figura 9.1) *p*(bueno) = *p*(malo) = 0,5. Construya ejemplos numéricos para cada uno de los siguientes casos: éxito total del mercado, éxito parcial del mercado y casi fallo del mercado.

Hay muchas posibles respuestas correctas. Aquí se presenta una posible:

Éxito total del mercado: los datos del problema 2 de este mismo tema.

Éxito parcial del mercado: los datos del problema 1 de este mismo tema.

Casi fallo del mercado: datos como los del epígrafe 9.3.

En realidad, podríamos usar el diagrama de casos recogido en la Figura 9.8 para construir cualquier ejemplo numérico que deseemos.

4. **Suponga que en Caveat Emptor el comprador actúa en primer lugar y tiene que decir sí o no. Entonces depende de la empresa si quiere vender o no. El vendedor de un artículo malo tiene que pagar el coste de arreglo, *c*, o no hay trato. Escriba la forma extensiva y halle el equilibrio secuencial. Demuestre que existen tres casos en el diagrama de casos.**

Consideremos Caveat Emptor con los papeles cambiados: el comprador tiene que decidir primero si desea comprar o no; el vendedor lo escucha, y entonces, si el comprador desea comprar, el vendedor decide "sí" o "no", condicionado a si el producto es bueno o malo. Un vendedor vendiendo un producto malo tiene que asumir un coste de embellecimiento del mismo (o no habrá venta).

Empezamos con los subjuegos finales. En todos los casos el vendedor 1 con un buen producto lo ofrecerá. Si $p > c$ el vendedor 1 con un mal producto lo venderá también. Antes de eso el comprador que dice "sí" se enfrenta a la distribución de probabilidad [p(bueno), p(malo)]. Si

$$p(\text{bueno})(V-p) + p(\text{malo})(W-p) > 0$$

El comprador dirá "sí". Estas son las condiciones del *Éxito Parcial del Mercado*. Por otro lado, si

$$p(\text{bueno})(V-p) + p(\text{malo})(W-p) < 0$$

el comprador dirá "no". Estas son las condiciones del *Fallo Completo del Mercado*.

Junto a estas dos situaciones hay una tercera. Imaginemos que $p < c$. En ese caso el vendedor 1 con un mal producto entre manos no lo ofrecerá a la venta. En ese caso el comprador, que lo sabe, no se enfrenta al azar, sino que sabe con seguridad que si dice "sí" comprará un bien de buena calidad, porque sólo los vendedores con productos buenos los ofrecen a la venta. Por tanto, el comprador dice "sí". Esta situación es un *Éxito Total del Mercado*.

Obsérvese que en esta versión de Caveat Emptor la situación de *Casi Fallo del Mercado* no existe. Esto es típico. *Cuando el jugador desinformado mueve primero, estaremos ante un juego de señalización y habrá menos equilibrios secuenciales*.

5. **Construya tres ejemplos, del mundo de los negocios o de la vida de cada día, de compromiso costoso que señalen eficientemente el tipo de la empresa.**

Los ejemplos de compromisos costosos abundan. Las compañíás que adoptan la política de "El cliente siempre tiene razón" son, desde un punto de vista estratégico, como las empresas que ofrecen devolver el dinero si el cliente no está satisfecho. Hay otros compromisos más metafóricos. Por ejemplo, una compañía de seguros o un banco que erige un edificio grande y caro como cuartel general. Una compañía que hace eso está haciendo ver que pretende seguir en el negocio mucho tiempo.

6. Halle el equilibrio secuencial de Carracas (figura 9.9) utilizando los valores númericos V = \$5.000, W = \$1.000, p = \$3.000, q = \$500 y cualquier c positivo. ¿Hay algún problema asociado con este equilibrio?

Los vendedores con un buen producto tienen una estrategia débilmente dominante de cargar un precio alto. Si c es menos de \$3.000, entonces hay un problema de carracas. Los vendedores con un mal producto cargarán un precio alto, y el comprador se encontrará con los dos tipos de bienes bajo el mismo precio. Dependiendo de las probabilidades p(bueno) y p(malo) el resultado será o bien un Éxito Parcial del Mercado o un Casi Fallo del Mercado.

Si c es mayor que \$3.000 no habrá problema de carracas. Los vendedores con un mal producto entre manos le pondrán el precio bajo. Con este equilibrio secuencial los

compradores compran todo lo que se les ofrece, ya que tanto comprar un producto bueno a un precio alto como uno malo a un precio bajo es interesante y satisfactorio para él.

Recuerde que hay un <u>*éxito total del mercado*</u> en este tipo de mercado si los precios altos se asignan a los coches buenos y los bajos a los malos, cosa que ocurrirá si c, el coste de enmascarar un producto malo *para hacerlo pasar por bueno*, supera el precio alto, es decir p – c < 0. Este sistema genera un fallo total del mercado si c = 0, porque se abre la posibilidad –que se aprovecha- de "colar" productos malos por buenos. Si el comprador se da cuenta de esto, dejará de comprar. Los datos que nos dan son V = 5000, W = 1000, p = 3000 y q = 500, todo en dólares. Hay que analizar las soluciones para cualquier valor de c positivo.

Obviamente cuando c es inferior a 3000 hay un problema de carracas, porque al que tiene un coche malo le compensa adecentarlo y tratar de venderlo. En ese caso las probabilidades (proporciones de productos buenos y malos) pueden determinar soluciones ligeramente distintas. Los compradores sabrán que hay una probabilidad de comprar un coche caro y que sea malo.

Cuando c es igual o mayor que 3000 no hay problema de carracas y el mercado funciona perfectamente. Dado que los productos malos no se pueden enmascarar, tienen que ofrecerse a un precio bajo. Los compradores saben que el precio refleja la calidad.

Se trata solo de aplicar la teoría, analizando el caso.

7. En Prueba de un periodo, halle la ordenación de las cuatro estrategias cuando el factor de descuento es de 0,8. ¿Qué conclusión puede sacarse de este resultado?

Con un factor de descuento del 0,8 (=R), el valor esperado de una estrella como socio es 0,9/(1 – 0,8) = 4,5. El valor esperado de un abogado corriente y moliente es 0,5/(1 – 0,8) = 2,5. La estrategia I, "decir sí a lo que sea", permite obtener:

$$0{,}5(4{,}5) + 0{,}5(2{,}5) = 3{,}5$$

Si dejamos que el abogado se vaya tendremos el puesto vacante *durante un período*, y obtendremos cero (=0) durante el mismo. *Después* podremos esperar obtener lo que el mercado ofrece en promedio, que es[1]:

$$0,8(0,5(4,5) + 0,5(2,5)) = 2,8$$

Sustituyendo en la fórmula correspondiente a la estrategia II, "decir sí si hay una victoria, y no si pierde" obtenemos:

$$0,7[(9/14)\ 4,5 + (5/14)\ 2,5] + 0,3(2,8) = 3,49$$

La estrategia "decir sí si hay una victoria, y no si pierde" tiene un menor beneficio que "decir sí a lo que sea".

La estrategia III es "no si gana, sí si pierde", y permite obtener:

$$0,7(2,8) + 0,3[(1/6)4,5 + (5/6)2,5] = 2,81$$

Para terminar, la estrategia IV es "decir no a lo que sea", que genera 2,8 (como quedarse sin abogado). El ranking entre las cuatro será:

I > II > III > IV

El ranking ha cambiado como consecuencia de la reducción en el factor de descuento. El futuro no es ahora tan importante como antes. Por tanto, teniendo incluso un abogado corriente es más atractivo que tener que soportar una vacante durante un período. Si hay la suficiente presión de tiempo, usar un período de prueba puede ser un lujo que una empresa no se puede permitir.

---

[1] Vamos a *no* restar 1 a los valores esperados, como se hace en la página 298, para simplificar. Pero se puede calcular restando el 1: 0,8(0,5(4,5 - 1) + 0,5(2,5 - 1)) = 2,0. El ranking quedará igual...

8. A menudo se escucha el consejo "¿Por qué no se le pregunta a la persona en cuestión?" cuando se está tratando de determinar si alguien es una estrella o una persona corriente. ¿Qué tiene de malo, desde un punto de vista estratégico, preguntarle a la persona en cuestión y olvidarse del periodo de prueba? (*Indicación*: ¿Qué cuesta decir: "Voy a ser una estrella"?)

El problema de preguntar a alguien si es una estrella o no es que decir que sí no cuesta nada. En términos de Caveat Emptor tendríamos que c = 0. No hay nada que impida al candidato decir las palabras mágicas. Por tanto, no tiene sentido alguno plantear la pregunta.

9. En la mayoría de procesos criminales, el acusado tiene derecho a la libertad bajo fianza. Si después el acusado no se presenta al juicio, pierde la fianza y además se le añade otro cargo, el de escaparse estando bajo fianza. Explique esta figura jurídica en términos del principio del compromiso costoso.

La libertad bajo fianza es como una garantía de devolver el dinero si no estás satisfecho en un comercio. Siempre que aparezcas el día en que estás citado, te devolverán el aval y no perderás dinero. Aparecer cuando se le cita es un compromiso costoso por parte del imputado. Si no apareces, entonces pierdes la fianza y se añaden nuevos cargos, como desacato. El mero hecho de depositar el aval ya indica algo, enviando una señal, y más considerando que nadie te obliga. Uno siempre puede esperar tranquilamente a ser llamado en una celda.

10. Usted es uno de los bárbaros en la frontera. Suponga que sabe que la auténtica distribución de probabilidad sobre el precio de las acciones de RJR Nabisco es la distribución uniforme sobre [$82,$111]. Prepare su oferta por la compañía. Estime el valor esperado de una oferta ganadora que pague $109 por acción. ¿Ofertaría usted tan alto? ¿Por qué o por qué no? ¿Qué pensaría usted de alguien que ofreciera $112 por acción?

Si la distribución de probabilidades es uniforme para el intervalo ($82, $111) ello quiere decir que cualquier cantidad dentro de ese intervalo tiene la misma probabilidad de materializarse que cualquier otra. La suma de probabilidades es 1. El punto medio del intervalo es (111 + 82)/2 = 96,5, y ocurrirá que la probabilidad de que el precio real de la acción sea superior a 109 es del 6,9 por ciento. Esto se debe a que el intervalo que va de 82 a 111 tiene una longitud de 29, y de 109 a 111 de 2, por lo que 2/29 = 0,0689. Ofrecer por tanto 109 es quizás demasiado, y ofrecer 112 es totalmente excesivo.

Una caja contiene 3 bolas azules y 2 rojas mientras que otra caja contiene 2 bolas azules y 5 rojas. Una bola extraída aleatoriamente de una de las cajas resulta azul. ¿Cuál es la probabilidad de haberla extraído de la primera caja?

Creo que lo que nos piden es P(Caja 1/ azul).

Si estoy en lo correcto lo que hice fue aplicat Bayes

P(C1/azul)=[P(Azul/c1). P(C1)]/ P(A)

--> P(A/C1)= 1/2*3/5= 3/10

-->P(C1)= 1/2

-->P(A)=(3/5*1/2)+(2/7*1/2)= 31/70

Entonces tenemos P(C1/azul)= [3/10*1/2]/31/70= 21/62= 34% aproximadamente

Me da una fracción algo rara, por eso no sé si algo estoy haciéndolo mal.

Pero por lo que veo:

--> P(A/C1)= 3/5

--> P(C1)= 1/2

-->P(A)= p(A/C1)*p(C1) + p(A/C2)*p(C2) = (3/5)*(1/2) + (2/7)*(1/2)

El teorema de Bayes tiene aplicaciones prácticas, pero además... sirve de base a toda una rama de la Econometría *alternativa* (la*bayesiana*) a la general, más conocida, de tipo *frecuencialista*.

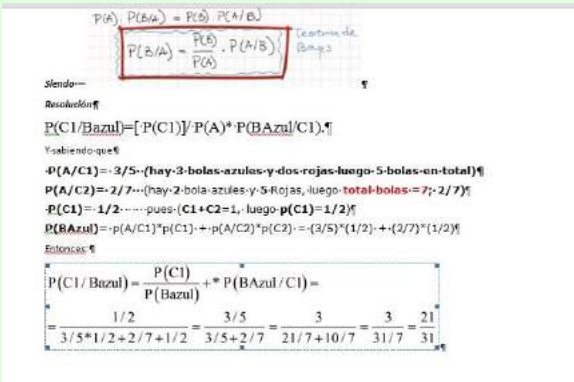
Con una se puede hacer lo mismo que con la otra. Durante mucho tiempo la bayesiana se usó menos porque el coste de computación de sus soluciones era prohibitivo. Hoy, con los ordenadores, eso da igual.

Como planteamiento, muchas veces la econometría bayesiana ofrece planteamientos más lógicos. Básicamente el problema se puede expresar como probabilidades condicionadas, por lo que Ud puede calcular una de esas probabilidades aprovechando información de la que ya dispone. No podemos entrar aquí en eso (¡ni siquiera se estudia econometría bayesiana en la carrera de Economía!), pero lo dejo como mero apunte, para que le suene si algún día lo lee de pasada.

Por este motivo decíamos en la Guía del Curso y en el vídeo de presentación que existían juegos cuyas soluciones eran equilibrios de Nash *bayesianos* (que nosotros no estudiamos).

Desearía saber si lo he resuelto bien

Adjunto el documento.



$P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B)$

$$\boxed{P(B/A) = \frac{P(B)}{P(A)} \cdot P(A/B)}$$ Teorema de Bayes

Siendo

Resolución

P(C1/Bazul)=[P(C1)]/P(A)* P(BAzul/C1).

Y sabiendo que

P(A/C1)= 3/5 (hay 3 bolas azules y dos rojas luego 5 bolas en total)

P(A/C2)= 2/7 (hay 2 bola azules y 5 Rojas, luego **total bolas =7; 2/7**)

P(C1)= 1/2 pues (**C1+C2=1**, luego **p(C1)=1/2**)

P(BAzul)= p(A/C1)*p(C1) + p(A/C2)*p(C2) = (3/5)*(1/2) + (2/7)*(1/2)

Entonces:

$$P(C1/Bazul) = \frac{P(C1)}{P(Bazul)} +* P(BAzul/C1) =$$

$$= \frac{1/2}{3/5*1/2+2/7+1/2} = \frac{3/5}{3/5+2/7} = \frac{3}{21/7+10/7} = \frac{3}{31/7} = \frac{21}{31}$$

--> P(A/C1)= 3/5

--> P(C1)= 1/2

-->P(A)= p(A/C1)*p(C1) + p(A/C2)*p(C2) = (3/5)*(1/2) + (2/7)*(1/2) = 0,44

Bayes:

P(C1/A) = P(A/C1)*p(C1)/ P(A) = (3/5)(1/2) / (3/5)*(1/2) + (2/7)*(1/2)
= = (3/5) / (3/5) + (2/7) = (3/5) / (31/35) = 35*3/31*5
= 0,67741935483871

según el libro pone como solución 21/31→ Sí, es eso. Perdone pero la cantidad es la misma 0,67741935483871

Al hacer la **fórmula** para pegarla en el mensaje, me comi **P(A/C1)= 3/5** que multiplica **a la fracción p(C1)/p(BAzul)**, pero mi resultado es el **mismo** : **21/31**=**0,677**4 , pues en mi borrador está bien hecha la operación.

Eso si, yo planteo el **Teorema de Bayes de otra forma** que me resulta **más fácil.** Es decir

Planteo lo que quiero hayar **P(C1/BAzul)** o **P(C1/A)** y luego solo queda poner tras el igual: **en el numerador** el lado**izdo** del planteamiento= **p(C1)**, luego en el denominador el lado **derecho** del planteamiento = p**(BAzul**) o **p(A)** y luego multiplico por el **alterno** a mi planteamiento y que si conozco **P(BAzul/(C1**) o **p(A/C1)**.

Es decir se consigue lo que busca el **Teorema de Bayes** que es **establecer una relación** entre lo que **no conocemos P(C1/BAzul)** o **p(C1)/A** y lo que **conocemos P(BAzul/(C1) o P(A)(C1)**.

P(C1/A) = [p(C1) / P(A)] * P(A/C1) = P(C1/A) = P(A/C1)*p(C1)/ P(A)

(Al final es lo mismo pero, a mi me parece menos lioso, lo marcado en azul)

(yo he llamado **BAzul** a la bola azul en vez de "**A**")